Universidade de Aveiro Departamento de Educação e Psicologia
2018

SÓNIA RAQUEL SOARES DE ALMEIDA

Estratégias de Resolução de Problemas- Um estudo com Alunos do 3.º Ano do Ensino Básico

Universidade de Aveiro Departamento de Educação e Psicologia
2018

SÓNIA RAQUEL SOARES DE ALMEIDA

Estratégias de Resolução de Problemas- Um estudo com Alunos do 3º Ano do Ensino Básico

Relatório final apresentado à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico realizada sob a orientação científica da Doutora Teresa Bixirão Neto, Professora Auxiliar do Departamento de Educação da Universidade de Aveiro.

Dedico este trabalho a todos os que me apoiaram neste percurso académico, com um agradecimento especial ao meu marido e à minha amiga Fátima Pina. Para eles, um obrigada é pouco.

O júri

Presidente	Professora Doutora Isabel Maria Cabrita dos Reis Pires Pereira Professor auxiliar da Universidade de Aveiro
	Professora Doutora Fátima Regina Duarte Gouveia Fernandes Jorge Professora Adjunta do Instituto Politécnico de Castelo Branco
	Professora Doutora Maria Teresa Bixirão Neto Professora auxiliar da Universidade de Aveiro

Agradecimentos

A realização deste relatório foi um percurso extremamente difícil, foram muitos os momentos de solidão, angústia e desespero. Tive de lutar contra as várias adversidades da vida, abdicar da vida social e até mesmo abdicar da família e amigos.

Assim, agradeço à minha família e amigos, pelo incentivo e ânimo, por acreditarem em mim.

Ao meu marido, Tonito, por sempre me ter apoiado neste sonho, pela sua compreensão e paciência e também, por nos momentos mais frágeis me incentivar a não desistir.

À minha filha, Bruna, pela compreensão que demonstrou, nomeadamente ao tempo que não lhe dediquei.

À minha amiga Fátima Pina, pois sinto que sem o seu apoio jamais chegaria ao fim deste percurso. Nesta altura do meu percurso de vida foi fundamental ter uma amiga assim! Muito OBRIGADA do fundo do coração, Fatinha.

À Professora Doutora Teresa Bixirão Neto pela orientação, pela aprendizagem que me proporcionou, pela disponibilidade demonstrada, apesar das inúmeras tarefas, preocupações e responsabilidades que a absorviam.

À Educadora Isabel Migueis e à auxiliar Fátima, com quem aprendi muito, não só pelo acolhimento caloroso e ternurento que senti desde o primeiro dia, mas também pelo apoio, carinho, disponibilidade e pelas palavras de incentivo.

Ao professor titular de turma onde decorreu o estudo, Professor Pedro Almeida, pela partilha de saberes e pelos momentos de elucidação.

A todos os alunos participantes no estudo, pelo precioso contributo e entusiasmo demonstrado durante a resolução dos problemas.

Finalmente, mas não menos importante, às minhas amigas de todo o sempre (elas sabem quem são), por todo o apoio, incentivo, pelo encorajamento durante este percurso e, essencialmente, por acreditarem em mim.

Palavras-chave Resolução de problemas, estratégias, dificuldades, 1.º ciclo do Ensino Básico.

Resumo

Este estudo foi desenvolvido na Unidade Curricular Prática Pedagógica Supervisionada, parte integrante do curso de Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB).

A principal finalidade desta investigação consistiu da compreensão da sequência de atividades desenvolvidas por alunos do 3.º ano, quando confrontados com problemas matemáticos. Tendo em conta os objetivos desta investigação, formularam-se as seguintes questões de investigação: Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas? Quais as dificuldades dos mesmos na resolução de problemas?

De forma a dar resposta a estas questões, a metodologia de investigação de suporte seguiu uma abordagem de natureza qualitativa com caraterísticas de investigação - ação.

Através da análise dos dados recolhidos, através da implementação de problemas que envolveram números fracionários, perímetro, áreas, entre outros conteúdos, foi possível identificar que os alunos aplicaram as estratégias esperadas. Os alunos recorreram maioritariamente às operações (adição/divisão/multiplicação/subtração), seguindo-se o diagrama e esporadicamente recorreram a tabelas.

As principais dificuldades dos alunos incidiram essencialmente na compreensão e interpretação do problema, no descobrimento do conteúdo e na dificuldade numa etapa do procedimento. Constatou-se que os alunos sentem mais dificuldades nos problemas do tipo de dois passos devido à complexidade dos mesmos.

Keywords Problem solving, strategies, difficulties, 1st cycle of Basic Education.

Abstract

This study was developed in the Supervised Pedagogical Practice Course, an integral part of the Master's Course in Pre-School Education and Teaching of the 1st Cycle of Basic Education (CEB).

The main purpose of this investigation was to understand the sequence of activities developed by 3rd year students when faced with mathematical problems. Taking into account the objectives of this research, the following research questions were formulated: What strategies did students use in problem solving? What are their difficulties in solving problems?

In order to answer these questions, the methodology of support research followed a qualitative approach with research - action characteristics.

Through the analysis of the collected data, through the implementation of problems that involved fractional numbers, perimeter, areas, among other contents, it was possible to identify that the students applied the expected strategies. Students used mostly operations (addition / division / multiplication / subtraction), following the diagram and sporadically resorted to tables.

The main difficulties of the students were essentially the understanding and interpretation of the problem, the discovery of the content and the difficulty in a step of the procedure. It has been found that students experience more difficulties in two-step type problems because of their complexity.

Índice

Índice de Figuras

Índice de tabelas

Índice de esquemas

Índice de gráficos

Lista de Siglas

ATL – Atividades de Tempos Livres

ME – Ministério da Educação

NEE – Necessidades Educativas Especiais

AEC – Atividades de Enriquecimento Curricular

OTL – Ocupação dos Tempos Livres

PAA – Plano Anual de Atividades

PAP – Programa de Acompanhamento Pedagógico

GIRP – Grupo de Investigação em Resolução de Problemas

"(…) conhece a tua profissão e a ti mesmo como professor para te assumires como profissional de ensino."

Isabel Alarcão (1996)

Apresentação

O presente relatório de estágio consiste na apresentação de uma investigação desenvolvida durante a Prática Pedagógica Supervisionada do curso de mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico.

A investigação centra-se na compreensão em como os alunos do 3º ano de escolaridade, de uma das Escolas Básicas do concelho de Águeda, resolvem problemas matemáticos, ou seja, o meu objetivo é compreender as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas e as dificuldades sentidas pelos mesmos.

O documento apresentado encontra-se organizado em seis capítulos, sendo que os dois primeiros correspondem ao enquadramento teórico e os quatro restantes dizem respeito ao estudo empírico, seguindo as referências bibliográficas e por fim, os apêndices.

Começo por apresentar, no primeiro capítulo, um breve contexto do estudo, com o objetivo do mesmo, assim como as questões de investigação.

No segundo capítulo, explico a fundamentação teórica que sustenta a presente investigação.

No capítulo três faço referência às opções metodológicas, caracterizo os participantes e o contexto onde realizei a investigação, exponho as fases da investigação e, finalmente, apresento as técnicas e instrumentos de recolha de dados.

No capítulo que se segue (quarto capítulo), apresento a planificação dos problemas implementados, possíveis resoluções e estratégias a utilizar.

No quinto capítulo faço a apresentação e análise dos resultados desta investigação, ou seja, a análise dos diferentes dados recolhidos durante a investigação.

Por fim, no sexto capítulo faço uma síntese do estudo, exponho as conclusões do mesmo, dando resposta às questões da investigação, bem como as suas limitações.

Capítulo I – Introdução

O presente relatório consiste na apresentação de um trabalho que se enquadra numa metodologia de natureza qualitativa de Investigação-Ação, realizado no âmbito da Prática Pedagógica Supervisionada, do curso de mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico.

Neste capítulo, começo por apresentar um conjunto de considerações que orientam e contextualizam a investigação. Depois, defino o problema que se pretende estudar, assim como as questões que o orientam e respetivos objetivos.

1.1. Motivação e Pertinência do Estudo

A minha motivação para o estudo surgiu no período de observação no 1.º Ciclo do Ensino Básico, numa turma do 3.º ano de escolaridade. Nesta turma, era evidente o gosto pela matemática, tanto pelo professor titular, assim como pelos alunos. Foi possível observar e constatar o prazer de alguns alunos na área da matemática, principalmente, na resolução de problemas, porém, verificavam-se algumas dificuldades na resolução dos mesmos.

Assim, considerei pertinente tentar compreender as dificuldades dos alunos na resolução de problemas e identificar as estratégias utilizadas na resolução dos mesmos.

O programa de matemática do Ensino Básico publicado em 2013, menciona que "[…] o gosto pela Matemática e pela redescoberta das relações e dos factos matemáticos […] constitui um propósito que pode e deve ser alcançado através do progresso da compreensão matemática e da resolução de problemas" (ME, 2013, p. 2).

A aprendizagem da matemática é fundamental na vida de todas as crianças, sendo de grande importância a resolução de problemas para a aprendizagem da matemática. Assim, não é de admirar que esta temática tenha uma forte tradição na investigação em educação matemática, como referem Boavida e Menezes (2012). Estes autores realçam que se desenvolveu um conjunto de estudos focados nas ideias e práticas dos professores relativamente à resolução de problemas, assim como na forma como os alunos aprendem a resolver problemas.

Ponte e Serrazina (2000) defendem que a resolução de problemas é um processo difícil, "[…] que envolve os processos simples de representar e relacionar […]", devendo esse processo fazer parte das atividades matemáticas realizadas numa sala de aula. Assim, "Qualquer situação que possa constituir um ponto de partida para a aprendizagem representa uma situação-problema potencial para os alunos" (p.56).

Em todos os ciclos de ensino (desde o básico até ao secundário), a resolução de problemas está presente nos principais temas da matemática: números e operações, organização e tratamento de dados, geometria e álgebra. A competência dos alunos em resolver problemas "[…] faz parte da natureza humana, e ao longo da história, matemáticos, filósofos, psicólogos e educadores têm reconhecido a importância da resolução de problemas" (Palhares, 2004, p. 8). Neste sentido, desde o 1.º ciclo de escolaridade básica, torna-se relevante que os alunos resolvam problemas que envolvam "[…] a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados" (Damião & Festas, 2013, p. 8).

Segundo Palhares (2004), algumas das ideias dos alunos podem complicar o sucesso da resolução de problemas, como por exemplo, a ideia de que os problemas têm somente uma solução e que os problemas têm de ser resolvidos de forma rápida. Outro fator que pode influenciar o processo da resolução de problemas consiste na dificuldade da compreensão dos mesmos. "Partindo do pressuposto de que para compreender é essencial relacionar, esta deve ser uma fase de extrema importância no ensino da resolução de problemas" (Palhares, 2004, p. 16). Tendo em conta que este é um tema considerado importante nos atuais currículos de matemática, desde o Pré-escolar até ao fim da escolaridade obrigatória, como futura Educadora e Professora, este é um tema pertinente para a minha formação.

A fim de facilitar a realização desta investigação, delineei o problema, os objetivos e as questões de investigação

1.2. Problema, Objetivos e Questões de Investigação

A partir do exposto anteriormente, o desafio deste relatório de estágio é conhecer e compreender as estratégias utilizadas pelos alunos quando resolvem problemas matemáticos, bem como as dificuldades sentidas pelos mesmos.

O meu problema de investigação surgiu durante o período de observação no 1.º Ciclo do Ensino Básico, numa turma do 3.º ano de escolaridade, onde foi possível constatar o gosto pela matemática, nomeadamente, na resolução de problemas, no entanto, depois de verificar algumas dificuldades nas suas resoluções, achei pertinente conhecer e identificar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas e tentar compreender as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução dos mesmos, como mencionado em cima.

Um problema é uma situação para a qual não se dispõe, à partida, de um procedimento que nos permita determinar a solução, sendo a resolução de problemas o conjunto de ações tomadas para resolver essa situação (Palhares, 2009).

Assim, pretendo dar resposta às seguintes questões de investigação:

- ✓ Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas?
- ✓ Quais as dificuldades dos alunos na resolução de problemas?

Tendo em conta as questões de investigação, a mesma tem os seguintes objetivos:

- ✓ Identificar e analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas;
- ✓ Verificar e analisar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas.

No decorrer deste processo, tenciono dar respostas às questões apresentadas e, também, desenvolver os meus conhecimentos sobre este tema de forma a poder contribuir para a melhoria do ensino da matemática, uma vez que, " […] a matemática constitui um património cultural da humanidade e um modo de pensar. A sua apropriação é um direito de todos.” (ME, 2001, p.57).

Capítulo II – Enquadramento Teórico do Estudo

Neste capítulo apresento a fundamentação teórica que sustenta esta investigação, envolvendo quatro pontos centrais: a matemática e a resolução de problemas; o que é um problema; quais os tipos de problemas; os modelos e estratégias de resolução de problemas, bem como as dificuldades dos alunos na resolução de problemas e por fim menciono a importância da identificação dos conceitos e procedimentos envolvidos na resolução dos problemas.

O primeiro ponto aborda a conceção da matemática e a importância da resolução de problemas no ensino da matemática. O segundo ponto comtempla a definição de problema, seguindo-se (terceiro ponto) a contextualização da resolução de problemas (tipos de problemas, modelos e estratégias de resolução de problemas) e por fim, as práticas, conceitos e procedimentos envolvidos na resolução de cada problema, segundo o enfoque ontossemiótico do conhecimento e educação matemática.

2.1. A Matemática e a Resolução de Problemas

A matemática é uma das ciências mais antigas do mundo, ciência essa que de uma maneira ou de outra está presente no nosso dia-a-dia, seja na tecnologia, na arte, em profissões ou nas ações diárias. Torna-se, então, fundamental que esta ciência seja estudada e desenvolvida desde cedo.

"A Matemática é indispensável a uma compreensão adequada de grande parte dos fenómenos do mundo que nos rodeia, isto é, a uma modelação dos sistemas naturais que permita prever o seu comportamento e evolução." (ME, 2013, p. 2). Assim, a matemática é indispensável no estudo de diversas áreas da atividade humana, contribuindo o seu ensino para uma cidadania informada e responsável. Os cidadãos devem ser possuidores da capacidade e da vontade para usar e aplicar o conhecimento matemático, dado que esta ciência está inserida no dia-a-dia de todos, porque todos nós sabemos que é indispensável fazermos operações matemáticas no quotidiano, quer seja a fazer as compras essenciais para a alimentação, quer seja a calcular a medida para estacionar o carro.

Deste modo, é imprescindível “[…] que todos os cidadãos possam participar ativa e adequadamente no planeamento e resolução de problemas e necessidades pessoais, profissionais e sociais, de forma a que viabilize o desenvolvimento de modos de vida produtivos, mais justos e democráticos” (Tenreiro & Vieira, 2013, p. 163).

São vários os autores que ao longo do tempo têm dado o seu testemunho sobre as várias razões para a importância de se aprender matemática. Ponte e Serrazina (2000), citados por Almeida (2012) apresentam quatro dessas razões:

- ✓ “Utilização na resolução de muitos problemas do dia-a-dia e o seu crescente uso em muitas outras áreas de conhecimento;
- ✓ O carácter formativo da Matemática enquanto ciência;
- ✓ A Matemática constitui um património cultural da humanidade que todos devem usufruir;
- ✓ Numa sociedade cada vez mais tecnológica, o saber matemático é fundamental para que o direito de cidadania possa ser exercido por todos” (p. 4).

Deste modo, “a educação matemática tem um papel significativo e insubstituível, ao ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos competentes, críticos e confiantes nas participações sociais que se relacionem com a matemática.” Moreira e Oliveira (2003), citado por Almeida (2012, p. 4).

Uma das atividades principais da matemática é a resolução de problemas, em que através da resolução dos mesmos, os alunos têm oportunidade de construírem conhecimentos. Deve ser dada aos alunos, a oportunidade de debaterem, argumentarem e interagirem com os colegas e com o professor, de maneira a existir partilha de ideias, de estratégias, de raciocínios e de pensamentos matemáticos. Assim, o aluno através da resolução de problemas, aprende e confirma (também) os conceitos matemáticos, tem ideias, relaciona os conceitos, possui uma atitude reflexiva e desenvolve a capacidade de raciocínio e o pensamento matemático.

A resolução de problemas é vista como uma capacidade essencial no ensino da matemática, espera-se que os alunos sejam capazes de os resolver e analisar, assim como aplicar as estratégias corretas para a sua resolução. Esta capacidade permite a aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos.

O gosto pela matemática “[…] constitui um propósito que pode e deve ser alcançado através do progresso da compreensão matemática e da resolução de problemas […]” (ME, 2013, p. 2).

Respetivamente à investigação em Educação Matemática, tem sido cada vez mais reconhecida a importância da resolução de problemas, que “[…] proporciona o recurso a diferentes representações e incentiva a comunicação; fomenta o raciocínio e a justificação; permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e entre a Matemática e outras áreas curriculares; apresenta a Matemática como uma disciplina útil na vida quotidiana.” (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008, p. 14). Este é um tema que tem vindo a ser abordado cada vez mais, dado que se considera que ensinar matemática passa necessariamente por desenvolver o raciocínio, estimula o pensamento, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Como defende Boavida et. al. (2008), o objetivo principal da educação é ensinar os mais novos a pensar, e a resolução de problemas faz parte integrante do processo de ensino e aprendizagem da matemática em que todos os alunos podem aprender.

A maior parte dos estudos efetuados sobre resolução de problemas na sala de aula, apoia-se nos trabalhos de George Pólya, designadamente no seu livro “Como resolver problemas” (Pólya, 2003). O mesmo autor, apresenta no seu livro uma estrutura organizada em quatro fases para o processo de resolução de um problema, que irei abordar mais à frente.

2.2. O que é um Problema?

“Aprendemos a resolver problemas resolvendo-os.”
(Pólya, 1945 citado por Boavida et.al., 2008)

Numa sala de aula, são várias as tarefas que um professor pode utilizar, sendo uma delas, a resolução de problemas. Mas, afinal “o que é um problema”?

Definir “problema” tem sido motivo da atenção de vários autores ao longo dos anos. O conceito de problema é polissémico, variando de autor para autor, de acordo com as suas conceções, experiências e conhecimentos. Os autores não chegam a conclusões semelhantes, no entanto complementam-se entre si, pois o que define um problema é o contexto em que está inserido.

Segundo Kantowski, (1974, citado por Silva, 2015) “[…] um individuo está perante um problema quando se confronta com uma questão a que não pode dar resposta ou uma situação que não sabe resolver, usando o conhecimento imediatamente disponível” (p. 20).

Para Pólya (2003), o problema acaba por ser simples, porque estimula a criatividade, ou seja, faz com que se descubra uma resolução pelos seus próprios meios, levando o resolvedor a desenvolver o gosto pela procura da solução do problema. O mesmo autor afirma que na matemática se aplicam diferentes estratégias na resolução de problemas, o que o levou a investigar essas estratégias e a querer definir o que se entendia por um problema em matemática. Assim, Pólya (1980) pensa que mais do que resolver uma determinada tarefa, ter um problema é “procurar conscienciosamente alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível” (citado por Palhares, 2004, p. 13). Como defende o mesmo autor, a definição de problema pode ser complexa, pois depende do indivíduo e do próprio momento. O autor reconhece que uma situação pode ser um problema para um indivíduo num dado momento, mas poderá não ser para outro indivíduo.

De acordo com Boavida et al., (2008), “[…] tem-se um problema quando se está perante uma situação que não pode resolver-se utilizando processos conhecidos e estandardizados; quando é necessário encontrar um caminho para chegar à solução” (p. 15).

Para Pólya (1980, citado por Vale & Pimentel, 2004) “[…] ter um problema significa procurar conscienciosamente alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível” (p. 13). Já Mayer (1985, citado por Vale & Pimentel, 2004) refere que um problema só acontece “[…] quando se é confrontado com uma situação inicial e se pretende chegar a outra situação final, sem se conhecer um caminho óbvio para a atingir” (p. 13). Por outro lado, Lester (1980, citado por Vale & Pimentel, 2004), menciona que “Um problema é uma situação na qual um indivíduo ou grupo é chamado a executar uma tarefa para a qual não tem acesso a um algoritmo que determine completamente o método de resolução” (p. 13).

O conceito de problema pode assumir diferentes definições, isso mesmo é exposto por Mata (2012, p.36) que cita alguns autores, nomeadamente:

Lester e Pólya - “[…] a tarefa para a qual o indivíduo ou o grupo deseja ou tem necessidade de encontrar uma solução, sem que haja um procedimento pronto e acessível que garanta ou determine completamente o acesso à solução”.

Lesh - “[…] uma situação para a qual o resolvedor pretende encontrar uma solução e não dispõe de meios imediatos para o fazer”.

Fisher - “[…] uma tarefa, num determinado contexto, e tem um certo número de condições e informações […] aquilo que é um problema para uma pessoa pode não o ser para outra”.

Relembrando o trabalho de Pólya, resolver um problema é encontrar uma solução para o problema apresentado, isto é, descobrir uma saída que possibilite contornar os obstáculos que possam aparecer, mas que não se encontra disponível de imediato. O modelo sugerido por Pólya para a resolução de problemas tem sido utilizado como base para a maioria dos estudos realizados nesta área, sendo a sua obra apontada como um marco no que diz respeito a esta temática.

Posto isto, a resolução de problemas envolve o recurso à seleção de dados, a procedimentos já aprendidos em que terão que ser escolhidos os que mais se adaptam à situação em causa e a estratégias adequadas, dado que “[…] este processo envolve conceitos, procedimentos e raciocínios.” (Palhares, 2004, p. 12)

No contexto matemático, o conceito de problema é muitas vezes confundido com o conceito de exercício, sendo isto mesmo esclarecido por Palhares (2004) em que para este autor está-se diante de um problema quando não se sabe alcançar de forma direta a solução, enquanto, que exercício é “[…] uma questão que não tem surpresas e pode ser resolvida confortavelmente utilizando procedimentos rotineiros e familiares” (p.13), ou seja, trabalha-se de forma mecanizada e repetitiva.

Deste modo, um bom problema deverá geralmente possuir três características:

- Ser desafiante e interessante a partir de uma perspetiva matemática;

- Ser adequado, permitindo relacionar o conhecimento que os alunos já têm de modo que o novo conhecimento e as capacidades de cada aluno possam ser adaptadas e aplicadas para completar tarefas;

- Ser problemático, a partir de algo que faz sentido e onde o caminho para a solução não está completamente visível. (Serrazina, s/d)

Neste âmbito, torna-se importante clarificar e analisar as tipologias e os modelos de resolução de problemas, bem como as estratégias de resolução de um ponto de vista educativo.

2.3. Tipologia de Problemas

São vários os tipos de problemas que se distinguem entre si, principalmente quanto à sua natureza e estratégias de resolução. Vários investigadores têm vindo a estudar os variados tipos de problemas, porque conhecer as tipologias de classificação dos mesmos de um ponto de vista educativo, pode ser uma ajuda para o professor selecionar e variar as tarefas a propor aos alunos (Vale & Pimentel, 2004).

É necessário que os professores e os resolvedores saibam distinguir e reconhecer os vários tipos de problemas, de maneira a que saibam responder, "que tipo de problema é este?", podendo-se assim descobrir um caminho de resolução mais apropriado (Pólya, 1981, citado por Afonso, 2008)

De acordo com Boavida et al. (2008), citando Vale e Pimentel, existem diversas tipologias de classificação de problemas que diferem consoante os autores. No entanto, apesar das diferentes nomenclaturas e classificações utilizadas pelos autores, muitas delas apresentam características idênticas.

Charles e Lester (1986), sugerem uma tipologia de problemas adequadas para o primeiro ciclo do Ensino Básico, com cinco tipos de problemas. O projeto GIRP - Grupo de Investigação em Resolução de Problemas, (Vale, 2002) defende uma outra tipologia de problemas, em que são quatro os tipos de problemas. Boavida et al. (2008), apresenta uma tipologia com três tipos de problemas. Na tabela seguinte são apresentadas algumas dessas tipologias.

Tabela 1 – Classificação de problemas de um ponto de vista educativo: algumas tipologias
Fonte: (Costa, 2015, p.14)

Boavida et al.	**GIRP** (Grupo de Investigação em Resolução de Problemas)	**Charles e Lester**
Problemas de cálculo: (Problemas de um passo e problemas com mais passos)	______	Problema de um passo Problema de dois ou mais passos
______	Problemas de aplicação.	Problemas de aplicação.
Problemas de processo	Problemas de processo.	Problemas de processo.
______	______	Problemas tipo puzzle.
______	Problemas de conteúdo.	______
______	Problemas de aparato experimental	______
Problemas abertos	______	______

Em seguida, descrevo de maneira resumida os diferentes tipos de problemas, tendo em conta as tipologias apresentadas na tabela anterior.

Charles e Lester (1986), citados por Vale e Pimentel (2004), sugeriram uma tipologia de problemas que está adequada para o 1.º ciclo do ensino básico. Estes autores apresentam cinco tipos de problemas:

- ✓ "Problemas de um passo – Nestes problemas utilizam-se uma das quatro operações básicas, com aplicação direta;

- ✓ Problema de dois ou mais passos – Nestes problemas observa-se a aplicação direta de duas ou mais das quatro operações básicas;
- ✓ Problemas de processo – Estes problemas resolvem-se apenas recorrendo a uma ou mais estratégias de resolução. Estes problemas não utilizam procedimentos mecanizados ou padronizados;
- ✓ Problema de aplicação – Por norma, neste tipo de problemas faz-se a recolha de dados acerca da vida real, recorrendo-se muitas das vezes a uma ou mais operações, bem como a uma ou mais estratégias de resolução;

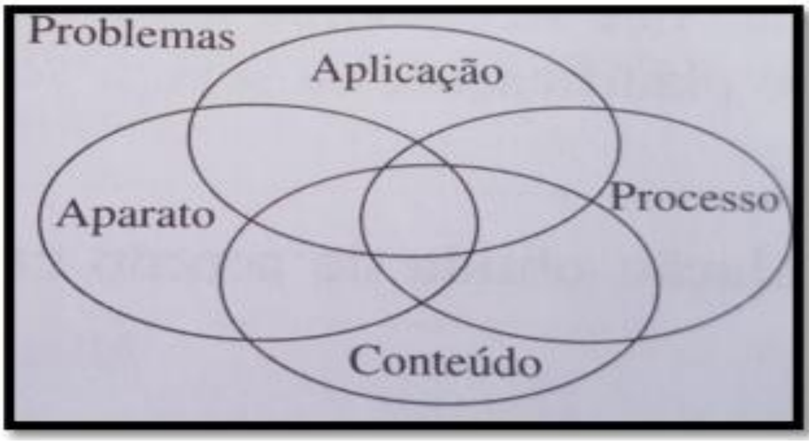
Problemas tipo Puzzle – Estes são problemas que suscitam muitas das vezes o interesse dos alunos sob diversas perspetivas, no entanto é necessário estarem atentos e concentrados para se chegar à resolução. Isto porque, neste tipo de problemas é preciso compreensão, atenção e pensamento, ou seja, de um clarão repentino para chegar à solução

O projeto Grupo de Investigação em Resolução de Problemas (GIRP), é constituído por vários autores sendo eles, Domingos Fernandes; António Borralho; Ana Leitão; Helena Fernandes; Isabel Cabrita; Isabel Vale; Lina Fonseca; e Pedro Palhares. Neste projeto GIRP os problemas são classificados de quatro formas:

- ✓ Problemas de Processo – é necessário a aplicação de uma estratégia para a resolução do problema, por exemplo, recorrer a um esquema, descobrir um padrão, etc. Geralmente, estes não são resolvidos por aplicação direta de um algoritmo;
- ✓ Problemas de Conteúdo – Neste tipo de problemas é preciso recorrerem à "[…] utilização de conteúdos programáticos, conceitos, definições e técnicas matemáticas".
- ✓ Problemas de Aplicação – Neste caso, é possível recorrer a mais do que uma estratégia, sendo utilizados dados da vida real;
- ✓ Problemas de Aparato Experimental – este tipo de problemas requer a "[…] utilização de um aparato experimental […]" e "[…] suscita a utilização de métodos de investigação próprios das ciências experimentais" (Vale & Pimentel, 2004, pp 19- 20).

Nesta classificação apresentada pelo projeto GIRP (2002), pode-se verificar o modo como os quatro tipos de problemas se podem relacionar, como ilustra o esquema seguinte.

Figura 1 – Relação entre os tipos de problemas GIRP (2002)
Fonte: (Martins, 2016, p.62)



Os tipos de problemas que são usados no 1.º Ciclo de Ensino Básico, de acordo com Boavida et al. (2008) são: os problemas de cálculo, os problemas de processo e os problemas abertos.

- ✓ Problemas de cálculo - "[…] requerem decisões quanto à operação ou operações a aplicar aos dados apresentados. Estes tipos de problemas resolvem-se com a aplicação de uma ou mais operações básicas da aritmética. Neste contexto podem distinguir-se problemas de um passo ou mais passos.
- ✓ Problemas abertos - Neste tipo de problemas são possíveis várias abordagens, podendo os mesmos apresentar mais do que uma forma de resolução e mais do que uma solução correta. De maneira a chegarem à resposta, "[…] os alunos têm de fazer explorações para descobrir regularidades e formular conjeturas […]"
- ✓ Problemas de processo - Neste tipo de problemas o aluno além de aplicar uma ou mais das operações conhecidas, tem também que "[…] fazer algumas experiências para chegar a uma regra que lhe permita descobrir e dar a resposta". Assim, estes problemas podem ser utilizados para "[…] para desenvolver diferentes capacidades, para introduzir diferentes conceitos ou

para aplicar conhecimentos e procedimentos matemáticos anteriormente apreendidos (pp. 19-20)

Resumindo, existem vários tipos de problemas, tendo alguns autores agrupado os problemas de acordo com a sua natureza e o tipo. Como já referido anteriormente, ser ou não ser um problema depende do sujeito a quem a tarefa é proposta.

No presente estudo foram implementados problemas de cálculo (de um ou mais passos), de conteúdo e problemas de processo, defendidos por diversos autores.

2.4. Modelos de Resolução de Problemas

Não existe um modelo único para a resolução de problemas e para ensinar a resolver problemas, tendo sido diversos os autores que, que ao longo dos anos criaram modelos de forma a simplificar a resolução de problemas. Assim, vários autores propõem alguns modelos de resolução de problemas, como por exemplo, Pólya (2003), Guzmán (1990) e Fernandes, Vale, Fonseca e Pimentel (1998), que apresentam uma adaptação ao modelo de Pólya.

Segundo Pólya (1978), citado por Martins (2012), a resolução de problemas "[…] é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática […] se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom resolvedor de problemas, tem de resolver problemas" (p.13). O mesmo autor, Pólya, (1977, citado por Palhares, 2008) sugere quatro etapas para o processo de resolução de um problema:

1. Compreender o problema;

Neste primeiro passo é necessário compreender o problema. Deve identificar-se o que é conhecido (os dados) e o que é desconhecido (o objetivo). É importante tentar reformular o problema por palavras próprias o que irá permitir verificar se, se percebeu o que realmente é pedido.

2. Delinear um plano;

O resolvedor deve delinear um plano, sabendo assim quais as estratégias e os cálculos para a realização do plano.

3. Executar o plano;

Neste 3º passo coloca-se em prática o 2º passo, isto é, concretiza-se o plano que se elaborou para chegar à resolução. Caso se verifiquem dificuldades, volta-se à fase anterior, ou seja, à fase de planificação, pois, por vezes uma nova abordagem ao problema e uma nova estratégia pode levar ao sucesso (não se devendo ter receio em regressar à fase anterior).

4. Verificar e interpretar o resultado obtido.

Por fim, o resolvedor deve verificar o raciocínio utilizado e o resultado, certificando-se de que a resolução encontrada está de acordo com a questão apresentada inicialmente.

O modelo de resolução de problemas adaptado por Fernandes, Vale, Fonseca e Pimentel (1998), propõem uma adaptação do modelo de Pólya (1977), (tabela 2). O mesmo, sugere três etapas, em que a fase dois e três do modelo de Pólya aparecem juntas, sendo difícil distingui-las na prática. As três fases deste modelo, são:

1. Ler e compreender o problema - o resolvedor deve ler e identificar os dados, bem como as condições do problema apresentado;
2. Fazer e executar o plano - recolhem-se os dados, selecionam-se as estratégias, organiza-se a informação e põe-se as estratégias em prática;
3. Verificar resposta - verifica-se se a resolução do problema encontrada está de acordo com a interpretação do problema (citado por Palhares, 2008).

As quatro etapas de resolução de problemas apresentadas por Guzmán (1990) citado por Lopes (2002) são semelhantes às de Pólya:

1. Antes de fazer tenta entender;
2. À procura da estratégia;
3. Explora a estratégia;
4. Extrai o sumo do jogo e da tua experiência.

Como já referido, não existe um modelo exclusivo para a resolução de problemas, nem para ensinar a resolver problemas. No entanto, todos têm por base o modelo de Pólya para a criação de novos modelos de resolução de problemas. Os autores referidos em cima, foram melhorando o que pensavam ser importante de mencionar num modelo de resolução de problemas.

O modelo estabelecido por Pólya continua a ser uma referência fundamental para os investigadores na área da resolução de problemas. Palhares (2004), menciona que as quatro etapas delineadas por Pólya são muito importantes na organização do ensino, no sentido em que ajudam a identificar as dificuldades dos alunos e ajudam, também, na elucidação do método mental envolvido na resolução de problemas.

Pólya referiu que é possível ensinar os alunos a terem sucesso na resolução de problemas, devendo os mesmos ser incentivados a seguir de forma consciente e sequencialmente as etapas do seu método. Já para outros autores, como, Fernandes, Vale, Fonseca e Pimentel (1995), citados por Palhares (2004), o processo sugerido por Pólya, se for colocado em prática no ensino básico pode sofrer adaptações, por considerarem que as duas penúltimas etapas (delinear um plano e executar um plano) quando colocadas em prática, podem ser difíceis de distinguir.

É essencial resolver muitos problemas, pois, como explica Pólya, aprende-se a resolver problemas resolvendo problemas. A resolução de bons problemas é importante, no sentido em que se abordam conceitos matemáticos e se desenvolve a competência respetivamente à compreensão, assim como o gosto pela exploração de diferentes estratégias.

A tabela seguinte apresenta os modelos de resolução de problemas, mencionados atrás e as respetivas etapas.

Tabela 2 – Modelos de resolução de problemas
Adaptado de: (Costa, 2015, p. 19)

Modelo de Pólya	**Fernandes, Vale, Fonseca e Pimentel**	**Guzmán**
Compreender o problema	Compreender o problema	Antes de fazer tentar entender
Delinear um plano	Fazer e executar um plano	À procura da estratégia
Executar um plano		Explora a estratégia
Verificar	Verificar a resposta	Extrai o sumo do jogo e da tua experiência

2.5. Estratégias de Resolução de Problemas

Da análise dos modelos apresentados anteriormente, pode-se verificar que todos contemplam uma fase em que, ao resolverem os problemas, tem que elaborar um plano para obterem a solução. Nesta fase, há a necessidade de escolher uma estratégia adequada que satisfaça as condições do problema.

Existem uma diversidade de estratégias de resolução de problemas, ou como designadas por Serrazina (s/d), de heurísticas. A mesma autora descreve heurística como regras, às vezes falíveis, de manuseamento para a resolução de problemas. Já para Correia (2005), "[…] as estratégias de resolução de problemas também chamadas heurísticas gerais, correspondem a operações mentais aplicáveis a uma gama alargada de problemas" (p.55). O mesmo autor refere que é importante que os alunos, nomeadamente os do ensino básico, "[…] se familiarizem com uma grande variedade de estratégias de resolução" (p. 55).

Palhares, (2004) propõe trabalhar diferentes estratégias de resolução, isoladamente ou combinadas com outras, ao longo dos vários ciclos. Algumas das estratégias que podem ser utilizadas no ensino básico, são:

- Utilizar um esquema / diagrama / tabela / gráfico.

Muitas das vezes uma forma simples para se chegar à resolução de um problema, é a elaboração de um esquema.

- Trabalhar do fim para o princípio.

Esta estratégia deve-se aplicar quando se conhece o ponto de chegada e o que se quer saber é o ponto de partida, ou seja, começa-se pelo fim, por aquilo que se pretende provar.

- Simular / Simplificar/dramatizar/ o problema.

Nesta estratégia, para resolver o problema recorre-se ao uso de objetos de forma a adaptar o problema à realidade, criando assim um modelo ou fazendo uma dramatização.

- Descobrir uma regularidade / regra.

"Esta estratégia centra-se em certos passos do problema e a solução é encontrada por generalizações de soluções específicas […]". São exemplos os problemas que têm subjacente uma sequência.

- Fazer uma lista organizada ou fazer uma tabela

“Utiliza-se como estratégia de resolução ou simplesmente para representar, organizar e guardar informação […]”, sendo assim possível visualizar e esgotar todos os casos possíveis.

- Fazer tentativas.

Tendo em conta os dados do problema, este é resolvido através de tentativas e vai-se verificando se a solução encontrada satisfaz as condições do problema.

- Reduzir a um problema mais simples.

Nesta estratégia, ao formular-se o problema inicial num mais simples, é possível que posteriormente se resolva mais facilmente e se compreenda melhor o problema a resolver.

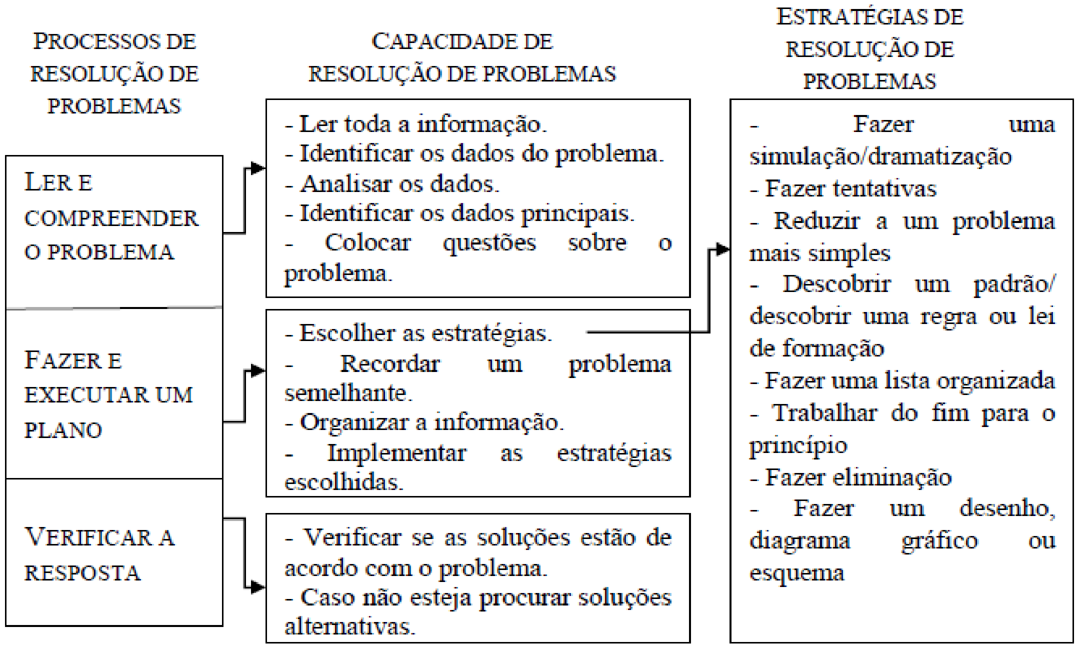
- Fazer eliminação.

Inicialmente começam-se por considerar todas as possibilidades como hipóteses válidas, no entanto, ao longo da resolução vão-se eliminando as hipóteses que não sejam as apropriadas (pp. 24-25).

De acordo com Ponte e Serrazina (2000), no 1.º Ciclo de Ensino Básico, os alunos na resolução de problemas utilizam mais as seguintes estratégias: “Usar diagramas e outras representações; procurar regularidades; fazer uma listagem de todas as possibilidades; experimentar casos particulares; usar tentativa erro; pensar de trás para a frente” (p.55).

No esquema seguinte é possível verificar a relação entre os processos de resolução de problemas, a capacidade de resolução de problemas e as estratégias de resolução de problemas, estando sintetizadas as ideias principais para conseguir resolver um problema.

Esquema 1 – Modelo de resolução de problemas de Pólya (Adaptado de Palhares, 2004)
Fonte: (Silva, 2015, p. 15)



2.6. As Dificuldades dos Alunos na Resolução de Problemas

A resolução de problemas apresenta muitas particularidades interligadas que conduzem a outros problemas, podendo estes serem as dificuldades dos alunos na resolução dos problemas matemáticos. As dificuldades podem surgir por diversas razões e nem todos os alunos revelam as mesmas de forma igual.

Lester e Schroeder (1989) citados por Vale e Pimentel (2004) defendem que a compreensão e interpretação dos enunciados dos problemas auxiliam na resolução dos mesmos. Estes autores apresentam as seguintes formas de auxiliar os alunos:

- ✓ "[…] desenvolve o tipo de representação que o aluno pode construir ";
- ✓ Auxilia o aluno na escolha e na realização de procedimentos (estratégias, operações, etc;
- ✓ Auxilia o aluno a ponderar os resultados;
- ✓ "[…] promove a transferência do conhecimento para problemas que com este estejam relacionados […]";

Fomenta a generalização para outras situações (p.16).

Apesar de os alunos utilizarem as estratégias de resolução apropriadas, nem sempre isso é o suficiente, dado que, por vezes não se conseguem expressar ou não têm consciência da relação de conceitos. É sabido que, por vezes, os alunos apresentam uma estratégia correta na resolução de determinado problema, no entanto, apesar da estratégia adequada e completa, não respondem e a resposta poderá não estar implícita na explicação. Também é possível que deem uma resposta incorreta, apesar da estratégia apresentada ser adequada e completa na resolução do problema, assim como podem surgir erros de cálculos e responderem de acordo com os erros cometidos. O tipo de problema apresentado é outra dificuldade dos alunos, como por exemplo, pode surgir um problema de dois passos e os alunos não compreendem isso e na sua resolução acabam por cometer erros. Deste modo, alguns alunos têm dificuldades por não dominarem o que é solicitado; por fazerem ligações incorretas entre conteúdos; por utilizarem estratégias e regras sem significado para o problema, entre outros.

As dificuldades na resolução de problemas de acordo com Santomauro (2010) citado por Araújo (2015), são:

- ✓ "Dificuldades para compreender o enunciado do problema."

Esta dificuldade está relacionada com a interpretação do problema, em que os alunos apesar conseguirem relacionar os dados, tem dificuldade em traduzir a linguagem em símbolos.

- ✓ "Dificuldade conceitual das operações básicas."

Neste caso, os alunos compreendem o enunciado, no entanto não sabem qual a estratégia a aplicar que se adequa na resolução do problema.

- ✓ "Dificuldade numa etapa do procedimento."

Os alunos interpretam de forma correta o problema, selecionam corretamente os dados e aplicam a estratégia correta, contudo, há um engano no processo ou nas fases do algoritmo.

- ✓ "Dificuldades por descobrimento do conteúdo." (p.62)

Nesta dificuldade, o aluno não seleciona os dados nem a operação correta.

Na resolução de problemas, para Schoendelf (1992), citado por Vale e Pimentel (2004), podem verificar-se as seguintes dificuldades:

- ✓ Os alunos pensarem que todos os problemas têm sempre solução e que essa é única;
- ✓ Os alunos, por vezes resolvem o problema muito rápido;
- ✓ Após algum tempo a tentar descobrir a resolução do problema, os alunos desistem.

Por sua vez, Fiorentini (1992), citado por Fernandes (1994) menciona três dificuldades:

- ✓ Na resolução de problemas, o aluno deve saber quais os procedimentos a utiliza;
- ✓ Na resolução de problemas, o aluno deve avaliar os procedimentos a utilizar;
- ✓ Na resolução de problemas, o aluno deve conhecer qual o método que mais de adequa, por exemplo, regras, estratégias, etc.

Como referido anteriormente por Pólya, aprende-se a resolver problemas resolvendo problemas, sendo esta uma forma de combater as dificuldades, ou seja, é fundamental resolver muitos problemas. Deste modo e de acordo com o IAVE (2015), algumas das dificuldades poderiam ser combatidas com a " […] resolução sistemática de problemas que implicam a identificação da informação relevante (leitura e interpretação do enunciado), a utilização de contextos e estratégias diversificadas, a verificação dos resultados alcançados e a discussão das estratégias utilizadas e dos resultados obtidos, contribuindo para a apropriação de diferentes ideias e conceitos matemáticos, bem como para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas." (pp.31 e 32).

Tal como já referido anteriormente, segundo Pólya (1978), citado por Martins (2012) a resolução de problema "[…] é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática […] se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom resolvedor de problemas, tem de resolver problemas" (p.13). Tendo em conta a afirmação de Pólya, esta seria uma boa maneira de combater as dificuldades, ou, seja, resolver problemas de forma sistemática. Isto, implicaria por parte dos alunos a leitura e interpretação do enunciado do problema, a aplicação de diferentes estratégias, a verificação dos resultados obtidos e a discussão das estratégias aplicadas e dos resultados obtidos, contribuindo assim para a apropriação de ideias diferentes e conceitos matemáticos, bem como para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas.

2.7. Práticas, Conceitos e Procedimentos envolvidos na Resolução dos Problemas

Godino, Giacomone, Batanero e Font (2017) apontam a importância da identificação do uso e intencionalidade de práticas, sequência de práticas e conceitos, procedimentos, envolvidos nessas práticas. Os mesmos autores propõem uma tabela que "[…] ofrece la herramienta *de* configuración ontosemiótica de prácticas*, objetos y* procesos para comprender las matemáticas que se ponen en juego en el desarrollo de la tarea y apoyar la puesta en común en classe" (p.105)

Tabela 3 – Tabela apresentada por Godino et al. (2017) de identificação de processos
Fonte: Godino et al. (2017, p. 104)

Uso e intencionalidad de las prácticas	Enunciado y secuencia de prácticas elementales para resolver la tarea	Objetos referidos en las prácticas (conceptos, proposiciones, procedimientos ...)
- …	- …	- …

A tabela anterior ajudou-me a compreender e a identificar as práticas, conceitos e procedimentos envolvidos na resolução de cada problema, contribuindo para a abordagem didática dos problemas.

Desta forma, e depois do preenchimento da tabela para cada problema matemático, foi possível: identificar as sequências essenciais para resolver os problemas propostos, descrever a intencionalidade dos problemas apresentados, seguindo-se o procedimento a realizar na resolução dos mesmos, bem comos os conceitos inerentes em cada resolução. Assim, com a elaboração da tabela para cada problema foi possível:

- ❖ Indicar a sequência de práticas necessárias para a resolução do problema;
- ❖ Descrever o procedimento na resolução do problema;
- ❖ Identificar as estratégias aplicadas na resolução do problema

Capítulo III – Enquadramento Metodológico do Estudo

Neste capítulo, tendo em conta as questões e os objetivos da investigação, apresento e justifico as opções metodológicas subjacentes ao presente estudo. Inicio com a caracterização dos participantes ao que se seguirá a apresentação das fases da investigação e, finalmente, apresentam-se as técnicas e instrumentos de recolha de dados e ainda os métodos e técnicas de análise de dados.

3.2. Opção Metodológica

Tendo em conta a natureza das questões de investigação e os objetivos enunciados no capítulo I, optei por uma metodologia qualitativa. Nesta investigação de caráter qualitativo, tive a preocupação de refletir sobre o meu papel na investigação e durante o processo de recolha de dados, de análise e de escrita, dando importância aos significados atribuídos pelos participantes. Esta perspetiva deve-se ao facto de existir uma maior preocupação com o processo e não apenas com os resultados obtidos.

É importante definir a metodologia, os métodos e as técnicas de recolha de dados, de maneira orientar melhor a investigação e assim obter as respostas às questões de investigação. Assim, a investigação é uma prática "[…] de natureza cognitiva que consiste num processo sistemático, flexível e objetivo de indagação e que contribui para explicar e compreender os fenómenos sociais." (Coutinho, 2014, p. 7).

Neste processo de carácter qualitativo, a investigação conduz o seu foco principal para a análise, avaliação e comparação do que foi observado. "Do ponto de vista metodológico alicerça-se num modelo hipotético-dedutivo (…) que têm soluções objetivas e (…) podem estabelecer-se mediante a utilização de métodos científicos" (Coutinho, 2014, p.26). Neste tipo de investigação, Coutinho (2014) defende que "[…] o problema tem a importante função de focalizar a atenção do investigador para o fenómeno em análise, desempenhando o papel de guia na investigação" (p.49), sendo que a definição do problema poderá suceder no decorrer da investigação ou poderá ser determinada atempadamente. Assim, é no problema que está centrada a investigação e que se organiza a mesma, que conduz para o referencial teórico e permite a recolha de dados. No estudo aqui apresentado, o problema surgiu atempadamente e constituiu o meu foco de atenção durante o processo de investigação.

Watson (1985) citado por Valente (2017), caracteriza a investigação qualitativa como "[…] descrições detalhadas de situações, eventos, pessoas, interações e comportamentos que são observáveis. Ademais, incorpora o que os participantes dizem, as suas experiências, atitudes, crenças, pensamentos e reflexões, tal e como são expressadas por eles mesmos." (p.28).

Bogdan e Biklen (1994), apresentam cinco características da investigação qualitativa que se definem em seguida:

1. "Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigado o instrumento principal";
2. "A investigação qualitativa é descritiva";
3. "Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos";
4. "Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva";
5. "O significado é de importância vital na abordagem qualitativa" (pp.47, 50).

Assim, podemos dizer que os investigadores qualitativos se preocupam em compreender os comportamentos dos sujeitos partindo da sua realidade.

3.1.1. Investigação-Ação

Atendendo ao tipo de abordagem qualitativa, optou-se por realizar um estudo próximo da Investigação-Ação, que é vista como a escolha de preferência nas práticas educativas (Coutinho, 2008).

Quando falamos em investigação-ação, a investigação aparece na identificação de um problema, pensa-se em um ou mais planos que apontem para a resolução desse mesmo problema, ou seja, dar resposta à questão inicial que foi colocada pelo investigador.

De acordo com Valente (2017) mencionando Kemmis (2007), “[…] a Investigação-Ação apresenta quatro etapas designadas planificação, ação, observação e reflexão”. (p. 29). Estas etapas estiveram presentes no presente estudo.

Quanto à planificação, nesta fase começa-se com uma ideia geral do que se pretende. Seguida à planificação vem a ação e depois desta planificada, a mesma é realizada, sendo que é um plano que pode ser alterado devido possíveis a imprevistos. Já a observação, “[…] constitui a base da reflexão. Por sua vez esta, reconstrói a ação”, (p. 29).

A investigação-ação é uma metodologia que faz com que exista uma relação com a educação, […] que é a que mais se aproxima do meio educativo sendo mesmo apresentada como a metodologia do professor investigador” (Coutinho, Sousa, Dias, Bessa, Ferreira e Vieira, 2009, citados por Mata, 2012, p.55). Deste modo a investigação-ação tem em vista a própria mudança educativa de maneira a ajudar os professores a lidar com os desafios e os problemas que a prática lhes coloca, e a obter resultados ao nível das inovações, de uma forma refletida. (Cardoso, 2014, citado por Valente, 2017)

Coutinho (2014), aponta um fator importante da Investigação-Ação, que é, nem mais nem menos do que o conjunto de características que a mesma deve conter. Assim, e de acordo com o autor, a investigação deve ser, participativa, interventiva, situacional e auto avaliativa. A autora, menciona situacional como uma característica essencial no sentido em que a investigação implica determinar e resolver um problema identificado em determinado contexto.

Como já descrito anteriormente, o problema identificado neste estudo está relacionado com a matemática, mais propriamente, com a resolução de problemas matemáticos. Respetivamente à característica interventiva, como indica o próprio nome, a Investigação-Ação requer uma ação/intervenção. Neste sentido, foram apresentados problemas matemáticos para serem resolvidos na sala de aula. Relativamente à característica participativa, esta implica a participação do investigador e de um grupo coletivo, o que se veio a confirmar na investigação realizada numa turma do 3º ano. Aqui, o investigador adota um papel de observador e o grupo coletivo, corresponde a uma turma do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino

Básico. Por último, é a característica auto avaliativa, dado que existe uma avaliação constante das ações que permitem alterar a prática, desenvolvendo assim novos conhecimentos.

O presente estudo envolveu a implementação de problemas matemáticos em sala de aula, em que os alunos procederam à sua resolução individualmente, de forma escrita. A observação foi uma constante durante a investigação, seguindo-se posteriormente a reflexão sobre as resoluções dos alunos e sobre todo o processo.

3.2. Caracterização dos Participantes do Estudo

Esta investigação foi desenvolvida numa das escolas do Agrupamento de Escolas de Águeda. Este Agrupamento fica situado no concelho desta cidade (Águeda), pertencendo este Município ao distrito de Aveiro e situa-se na região centro-norte. O Agrupamento resultou da junção da anterior Escola Básica do 2º e 3º Ciclo de Águeda, que passou a designar-se Escola E. B. 2/3 Fernando Caldeira de Águeda, com as escolas que constituíam o anterior Agrupamento Horizontal de Escolas de Águeda.

A turma em que foi realizada a investigação, é uma turma do 3º ano composta por 24 alunos, sendo 17 raparigas e 7 rapazes, conforme tabela em baixo. Os alunos da turma têm idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos. A maioria da turma frequentou o ensino pré-primário, sendo que algumas delas frequentaram o Jardim-de-Infância existente nesta mesma escola. Será importante referir que todos os alunos já se conheciam, pois frequentaram juntos o 1º e o 2º ano de escolaridade. (tabela 1)

Tabela 3 – Distribuição dos alunos da turma por género e idade

Género / Idade	**Masculino**	**Feminino**
8	2	8
9	5	9

Nesta turma, existe um aluno que beneficia de apoio especial e está identificado como sendo aluno com Necessidades Educativas Especiais (NEE), no entanto, é um aluno que revela interesse em participar em atividades no contexto de sala de aula, evidenciando um comportamento facilitador das aprendizagens e das relações interpessoais, ou seja, relaciona-se com facilidade com a restante turma.

Este aluno acompanha a turma nos conteúdos lecionados pelo professor cooperante, assim como nas planificações que implementei no período da Prática Pedagógica Supervisionada. Neste sentido, não foi necessário a aplicação de diferentes estratégias.

Na presente investigação o aluno referido foi objeto de análise do meu estudo, não tendo sido necessário a implementação de diferentes problemas, dado que o mesmo tem a capacidade de "acompanhar" a turma nas atividades propostas.

No que concerne ao comportamento e relações entre si, apesar da maioria dos alunos estarem habituados à escola, trabalham-se constantemente as regras da sala de aula e dos espaços comuns. Por vezes os alunos revelam-se agitados, principalmente no cumprimento de regras pré-estabelecidas, nomeadamente em respeitar colegas e funcionários. Deste modo, o professor cooperante sente que é necessário criar hábitos de cumprimento de regras, adequação de atitudes, comportamentos bem definidos e estruturados para que as crianças desenvolvam noções de saber estar em diferentes contextos com uma atitude e postura adequada, com respeito, atenção e empenho.

A maioria dos alunos demonstra gosto pela escola e estão muito motivados para a aprendizagem. Este facto demonstra-se através das aulas, onde é notório o entusiasmo com que os alunos se envolvem nas atividades propostas. Muitas vezes, verifica-se que o professor ao interrogar um aluno que não lhe responde imediatamente, os outros querem responder por ele. Deste modo, eles levantam automaticamente o dedo e, geralmente, só respondem quando são autorizados a tal. Todos os alunos, sem exceção, respeitam o professor.

A turma do 3.º ano apresenta bastante autonomia, no entanto, verifico que o professor assegura um bom acompanhamento a todas as crianças, observando o empenho de cada criança. Uma das dificuldades da turma diz respeito à falta de concentração e atenção da generalidade dos alunos. Das áreas disciplinares que os alunos demonstraram maior preferência, é a matemática.

No geral, a turma do 3.º ano denota ter um espírito de entreajuda e amizade. É bastante participativa, mostrando prazer em apresentar as suas ideias oralmente, salvo raras exceções.

No final de cada dia de aulas, 12 alunos frequentam Atividades de Tempos Livres (ATL) e Ocupação de Tempos Livres (OTL) em instituições públicas e privadas e outros 12 alunos frequentam as Atividades de Enriquecimento Curricular. Alguns deles ainda praticam outras atividades, nomeadamente, natação, conservatório, ballet e catequese, entre outras. Todas estas atividades contribuem para a integração e estabelecimento de laços entre as crianças, já que participam como grupo, em várias atividades e contextos.

Em relação à situação familiar, como é habitual, a maior parte dos Encarregados de Educação é representada pela figura feminina (a mãe), no entanto, em um caso é o avô quem assume essa condição. Sobre o agregado familiar constata-se que a maior parte dos alunos vive com o pai e a mãe, em simultâneo, no entanto há 6 alunos que vivem apenas com a mãe e 1 que vive com os avós.

Respetivamente às profissões dos pais, não foi possível fazer esse levantamento, por não existir qualquer informação a respeito nas fichas dos alunos. Contudo, foi possível apurar que as crianças desta turma, na sua maioria, são crianças provenientes de um meio social e económico médio/alto.

Do PAA salienta-se a participação da turma nas seguintes atividades: Dias das AEC; Dia Mundial da Alimentação; Comemoração do Magusto; Comemoração do Natal; Semana do teatro; Visita de estudo “Funceramics”; Dia Mundial da Criança; Festa de encerramento do ano letivo.

A turma do 3º ano caracteriza-se por ser muito diversificada e heterogénea no seu aproveitamento, comportamento, ambiente social e económico.

O aproveitamento da turma, no primeiro e segundo período, à disciplina de matemática, no geral foi positivo, como demonstra o gráfico.

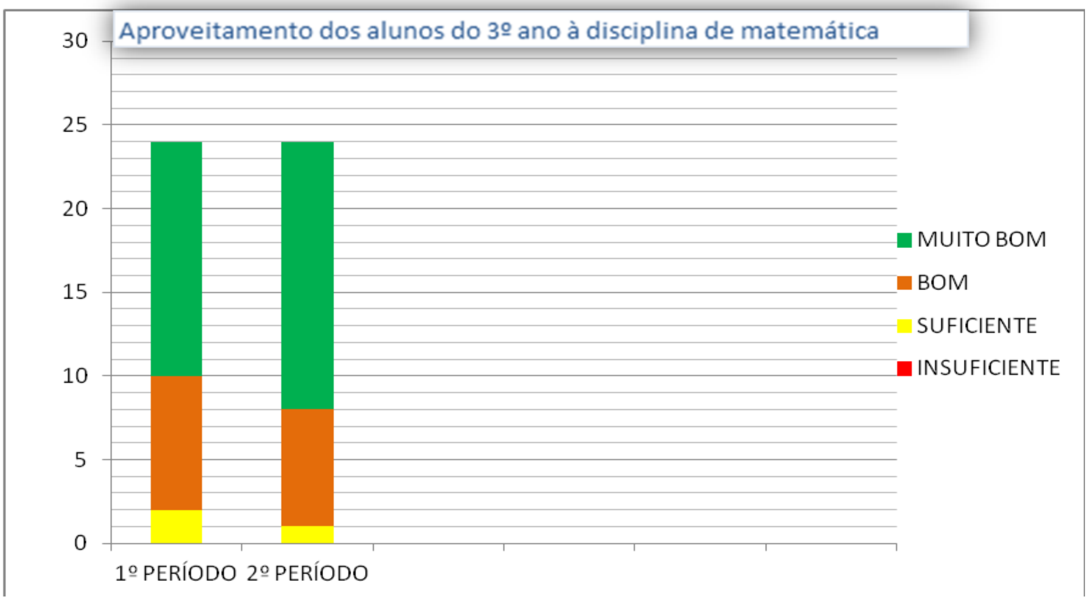


Gráfico 1 – Aproveitamento dos alunos na disciplina de Matemática

Conforme nos mostra o gráfico 1, é possível observar que a turma no geral apresenta muito bom aproveitamento na disciplina de matemática, O gráfico, indica-nos que em nenhum dos períodos letivos existiram alunos com a nota "Insuficiente". Obtiveram "Suficiente" apenas dois alunos no 1º período e no período seguinte apenas um manteve essa nota. Quanto aos "Bons", oito dos alunos tiveram essa nota no 1º período, tendo a mesma sido mantida por sete alunos no 2º período. Quanto à nota "Muito Bom", confirma-se que no segundo período 16 alunos obtiveram esta nota, mais dois que no 1º período (14 alunos).

As intervenções da investigação foram efetuadas em contexto de sala de aula, nomeadamente na disciplina de Matemática, durante as aulas Prática Pedagógica, no 1º Ciclo do Ensino Básico. Os alunos assumem o papel principal na investigação, e por razões de anonimato, serão designados por A1, A2, A3, …, A24.

3.3. Fases da Investigação

A presente investigação desenvolveu-se entre fevereiro e junho de 2018, decorrendo em parceria com a Prática Pedagógica Supervisionada do 2.º semestre, durante cinco fases que passo a apresentar (tabela 4):

Tabela 4 – Fases da investigação

Fase1
Identificação da problemática, definição dos objetivos e das questões de investigação do estudo.
Fase 2
Recolha, análise e registo da informação encontrada na literatura tendo em conta a temática em estudo, tendo em vista os problemas construídos e a análise e discussão dos dados.
Fase 3
Caraterização do contexto educativo, dos participantes e construção dos problemas, tendo em conta a informação recolhida sobre o contexto e a turma que vai ser objeto de estudo.
Fase 4
Definição das técnicas e instrumentos de análise de dados e implementação dos problemas criados. Recolha de dados
Fase 5
Análise de dados e conclusões finais.

As diversas fases da investigação foram distribuídas pelos cinco meses, da seguinte forma:

Tabela 5 – Distribuição das fases de investigação

Fases	Fevereiro/2018	Março/2018	Abril/2018	Maio/2018	Junho/2018
1ª Escolha/ tema da investigação					
2ª Revisão da literatura					
3ª Caracterização contexto/ participantes					
4ª Recolha de dados					
5ª Análise dos dados					

Na primeira fase, refleti sobre a problemática e o tema, ponderei os objetivos, bem como as questões sobre as quais queria obter resposta.

No decorrer da segunda fase, realizo uma revisão da literatura sobre o tema e da metodologia a adotar na investigação. “A revisão da literatura consiste na identificação, localização e análise de documentos que contêm informação relacionada com o tema de uma investigação específica” (Coutinho, 2014, p. 59).

Na terceira fase, para além da caracterização do contexto educativo e dos participantes, efetuo a construção e planificação dos problemas para o estudo. Nesta etapa surgiram os problemas, no âmbito da matéria lecionada na fase da intervenção, sendo que o problema 3 e 5 foram adaptados das Miniolimpíadas Portuguesas de Matemática 2012 e 2016, também no âmbito da matéria lecionada. Já o problema 4, surgiu em uma das aulas lecionadas pelo professor cooperante. Ao ver o problema, imediatamente, pensei que o mesmo “teria” que fazer parte do meu estudo. Depois de conversar com o professor cooperante sobre tal, efetuei a exploração do problema com a turma, seguindo-se a realização do mesmo individualmente.

Depois, na quarta fase procedo à implementação dos problemas construídos na fase anterior e à recolha e análise dos dados, estando esta “[…] presente nas várias fases da pesquisa, tornando-se mais sistemática e formal após o encerramento da coleta de dados”, André (2008), citado por Silva (2015, p. 37). Tendo por base os objetivos do estudo, com a análise vai ser possível retirar as conclusões para a última fase (quinta fase), decorrida entre os meses de maio e junho.

3.4. Técnicas e Instrumentos de Recolha de Dados

As técnicas e instrumentos selecionados são fundamentais para realizar o estudo no sentido em que “[…] o investigador deve assegurar que os métodos e técnicas de recolha de informação são utilizados de forma a obter informação suficiente e pertinente.” (Meirinho & Osório, 2010, p. 59). Assim, e de acordo com os mesmos autores, o investigador deve recolher dados em várias fontes e em momentos diferentes, sendo assim possível o cruzamento ou triangulação da informação.

Esse cruzamento ou triangulação é "[…] um processo que utiliza múltiplas perspetivas para clarificar significados […] na revisão da interpretação do investigador. É, também […] uma das características de um bom estudo qualitativo", (Stake, 1999, citado por Meirinho & Osório, 2010, p. 60). A recolha de dados faz parte da investigação e é fundamental escolher a técnica e o instrumento de recolha apropriados ao estudo, tendo como objetivo a análise e as respetivas conclusões. Assim, a triangulação está presente neste estudo através do cruzamento de dados dos diversos instrumentos e técnicas de investigação aplicadas.

Tendo por base o que foi referido, durante as aulas em que implementei a investigação procurei recolher dados, com vista a responder às questões referidas na parte introdutória desta investigação, que relembro:

- ✓ Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas?
- ✓ Quais as dificuldades dos alunos na resolução de problemas?

Neste estudo, utilizei mais do que um instrumento de recolha de dados, nomeadamente, a observação, análise documental (documentos produzidos pelos alunos) e notas de campo que recolhi e registei sempre que oportuno em cada momento de implementação dos problemas.

3.4.1.Observação

Castro (2014), citando Vale (2000), refere que "A observação é a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em actividade, em primeira-mão, pois permite comparar aquilo que diz, ou que não diz, com aquilo que faz (p.29). Neste estudo a observação da atividade desenvolvida pelos alunos permitiu comparar as estratégias de resolução de problemas utilizadas pelos alunos e as dificuldades sentidas pelos mesmos.

De acordo com Coutinho (2014), a observação segundo a dimensão estrutural, pode-se apresentar de três formas:

- ❖ não estruturada, mista e estruturada.

Respetivamente à observação estruturada, “[…] o investigador parte para o terreno com um protocolo de observação pré-definida e estruturado em função das dimensões que pretende observar […]” (Kumar, 2011, citado por Coutinho, 2014, p.137).

No presente estudo de investigação, a observação é a não estruturada, “O investigador parte para o terreno apenas com uma folha de papel onde regista tudo o que observa, são as chamadas notas de campo extensivas […]” (Bogdan & Biklen, 1994, citado por Coutinho, 2014, p. 138). Assim, e de acordo com o mesmo autor, o “[…] investigador registará ideias, estratégias, reflexões e palpites”, isto é, “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo” (p. 150).

A observação, quanto à participação, pode ser participante ou não-participante. Nesta última, o observador é um espetador e na observação participante já vive a situação, sendo assim possível estudar o grupo em si. Nesta investigação, em relação às técnicas de observação utilizei a observação participante, em que participei (como investigadora) na vida do grupo. Assim, esta foi uma observação participante eu fui o sujeito da observação e os alunos o objeto.

3.4.2. Notas de Campo

Ao longo da investigação e durante ou após cada aula em que foram implementados os problemas, a minha atuação como investigadora na sala de aula baseou-se essencialmente na observação dos alunos em estudo e no registo (notas de campo) das atitudes, reações, questões, dúvidas, algumas opiniões, diálogos que os alunos iam estabelecendo entre si ou comigo enquanto professora estagiária e o professor titular da turma do 3.º ano.

Estas notas de campo foram sendo complementadas com os registos escritos dos alunos que mais tarde foram analisados. Segundo Bogdan e Biklen (1994), as notas de campo são “[…] o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha (p. 150) […]”.

3.4.3. Análise Documental

Na investigação qualitativa a análise documental é uma técnica importante, no sentido em que pode complementar informações obtidas através de outros métodos, esperando-se encontrar nos documentos informações de importância para o estudo. Também, a análise de documentos pode ser o método de pesquisa principal, ou até mesmo exclusivo, e neste caso, os documentos são alvo de estudo por si próprios.

Bogdan e Biklen (1994) referem a importância dos materiais produzidos pelos participantes durante o processo de recolha de dados. Para os mesmos autores, normalmente "[…] os dados produzidos pelos sujeitos são utilizados como parte dos estudos em que a tónica principal é a observação participante […]" (Bogdan e Biklen, 1994, p. 176). Assim, estes dados podem complementar outros, na medida em que pode confirmar alguns dados recolhidos através da entrevista ou, por outro lado, fornecer mais informação ao investigador, tal como aconteceu neste estudo.

Na presente investigação, em cada uma das atividades realizadas, os documentos recolhidos foram os registos dos alunos durante o processo de resolução de problemas, em que cada aluno registou o processo que utilizou para chegar ao resultado do problema.

No presente estudo todos os documentos recolhidos são de muita importância, tendo a mesma por base a análise dos procedimentos usados durante as atividades matemáticas propostas.

A análise dos documentos produzidos pelos alunos foi importante, no sentido que se tratou de uma fonte de recolha de informação no âmbito deste estudo e permitiu compreender melhor as estratégias utilizadas pelos alunos e as dificuldades sentidas pelos mesmos na resolução de problemas matemáticos.

<u>Produções escritas</u>

Através da recolha das resoluções escritas produzidas pelos alunos, será possível analisar as estratégias selecionadas pelos mesmos, assim como as dificuldades sentidas durante a resolução dos problemas.

3.5. Análise de Dados

A análise de dados é fundamental na investigação, dado que se trata de um processo “[…] de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e outros materiais que foram sendo acumulados […]” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205).

Assim, e de maneira a dar resposta às questões que fazem parte desta investigação, a análise dos dados deste estudo incidiu sobre as produções escritas dos alunos, sendo a análise complementada com as notas de campo. A análise dos instrumentos foi realizada separadamente, sendo que, nas produções escritas foram observadas/analisadas as estratégias utilizadas pelos alunos, as dificuldades e se os problemas foram resolvidos corretamente. Tendo em vista perceber as dificuldades dos alunos, recorri à triangulação da informação obtida ao longo da fase de recolha de dados, dado que não é visível a maioria das dificuldades, unicamente nas produções escritas dos alunos.

Capítulo IV – Os Problemas

4.1. Problemas Implementados

Foram implementados sete problemas, sendo que quatro foram com números fracionários e decimais, dois sobre perímetro e área, bem como as suas unidades de medida e um outro que se relaciona com diversos conceitos matemáticos levando os alunos a criar estratégias intuitivas na resolução de problemas do seu dia-a-dia, que mais tarde passem a estratégias formais e estruturadas.

O primeiro problema envolve um pomar onde existem pereiras e macieiras. Os alunos, com base nas indicações do enunciado, tiveram que representar a fração representativa de cada uma das espécies de árvores existentes no pomar. O segundo problema, diz respeito a uma festa de aniversário em que se serviu piza e seguindo as indicações, os alunos tiveram que responder: em quantas décimas ficou partida a piza; que quantidade de piza representa cada fatia; que quantidade da piza comeram os três amigos presentes na festa e que quantidade de piza sobrou. Respetivamente ao terceiro problema, os alunos tiveram que calcular o perímetro e a área de um canteiro de uma horta. No quarto problema, com base nos dados do enunciado, os alunos tiveram que descobrir quantos conjuntos de roupa diferentes se podem as formar tendo em conta. No problema seguinte (5º problema), é solicitado aos alunos o cálculo do perímetro de uma cartolina, depois da mesma ter sido dobrada em quatro, sendo que no enunciado os dados fornecidos é o perímetro das quatro partes da cartolina (quadrados pequenos). No problema seis, tendo em conta os dados do enunciado, os alunos terão que calcular o número de cromos que o "Afonso" ficou, depois de ter dado alguns ao irmão e ao primo. Por último, com base no enunciado, os alunos terão que descobrir/calcular a idade do "Tomás" e da sua irmã mais nova.

4.2. Planificação dos Problemas

A presente investigação centra-se nas estratégias de resolução de problemas, um estudo com alunos do 3.º Ano do Ensino Básico, realizado numa escola do concelho de Águeda. O mesmo, tem com o objetivo perceber as estratégias utilizadas destes alunos na resolução de problemas matemáticos. Os problemas apresentados foram propostos no âmbito da matéria lecionada durante o período em que decorreu a prática pedagógica supervisionada.

Como referido anteriormente, os problemas/tarefas propostos aos alunos estão divididos em sete problemas e alguns subdividem-se em algumas alíneas. Os mesmos têm como objetivos: observar as resoluções dos alunos, as estratégias utilizadas e dificuldades sentidas pelos alunos na sua resolução dos mesmos.

De forma a auxiliar a planificação dos problemas utilizei o modelo Pólya. Assim, nos problemas propostos, apresento a seguinte configuração: compreensão do problema, elaboração de um plano (soluções possíveis) e a verificação.

Problema 1

A resolução do problema 1 decorreu durante uma aula de matemática (apêndice 2), tendo sido implementado numa ficha de trabalho, onde constavam vários problemas matemáticos. Apesar de parecer um problema simples, o mesmo tinha alguma complexidade, daí o ter selecionado para o meu estudo. Cada problema foi resolvido individualmente por cada aluno, na respetiva folha de resolução (apêndice 3).

Com este problema pretende-se que os alunos representem em forma de fração a quantidade das pereiras e a quantidade das macieiras, neste sentido será importante que os alunos saibam identificar o todo (quantidade total de árvores) e as diferentes partes (quantidades de pereiras e quantidades de macieiras). Será igualmente importante que os alunos tenham ciente a noção de fração para que saibam que o numerador corresponde ao número de cada uma das espécies de árvores (número de pereiras ou número de macieiras) e no denominador se encontra o número total de árvores. Este problema insere-se no domínio "Número e

Operações”, subdomínio “Adicionar e subtrair números racionais” e descritor de desempenho “reconhecer que a soma e a diferença de frações de iguais denominadores podem ser obtidas adicionando e subtraindo os numeradores”, de acordo com as Metas Curriculares para o Ensino Básico.

De acordo com o que se segue, começo por apresentar o enunciado do problema 1; a identificação de práticas, conceitos e procedimentos, seguindo a tabela adaptada de Godino, et al. (2017) baseada em leituras sugeridas no Seminário Orientação Educacional. A tabela apresenta: a sequência de atividades; o uso e intencionalidade das atividades; e os conceitos e procedimentos envolvidos nas atividades. Depois, apresento o modelo de Pólya, com possíveis questões a colocar às crianças em cada etapa do modelo.

O objetivo deste primeiro problema é, como já foi referido, representar em forma de fração o número de cada árvore (macieiras e pereiras), sendo para isso necessário descobrir o número total das árvores.

Problema 1: Enunciado

O Sr. Manuel tem algumas árvores de fruto, em que 16 são pereiras e 14 são macieiras.

Representa em forma de fração o número que existe em cada árvore.

Tabela 6 – Práticas, conceitos e procedimentos envolvidos na resolução do problema 1

Sequência de atividades elementares para resolver o problema	Uso e intencionalidade das atividades	Conceitos, procedimentos envolvidos nas atividades
1) Identificar a quantidade total de árvores	A adição da quantidade de pereiras com as macieiras permite identificar o total de árvores, descobrindo-se assim o denominador das frações pedidas.	Conceitos: conceito de fração (numerador e denominador). Procedimentos: recurso à operação adição.
2) Identificar as frações relativas a cada uma das partes.	Identificar as frações relativas às pereiras e às macieiras, colocando como numerador o número de pereiras e o	Conceitos: fração Procedimentos: identificar o numerador e o denominador das frações.

	denominador o número obtido no passo anterior para encontrar a fração relativa às pereiras e fazer o mesmo para as macieiras, mas colocando no numerador desta fração o número de macieiras.	Recurso ao diagrama e à operação adição.

- <u>Compreensão do problema:</u>

➢ De que nos fala o problema?

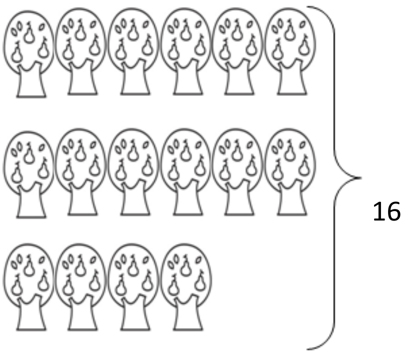
- O Sr. Manuel tem 16 pereiras
- O Sr. Manuel tem 14 macieiras

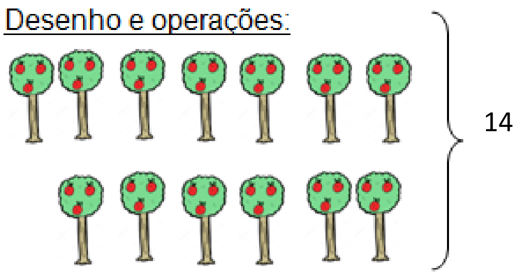
➢ O que pretendemos saber?

- As frações que representam as pereiras e as macieiras do pomar do Sr. Manuel

- <u>Elaboração de um plano - possíveis estratégias:</u>

<u>Diagrama e operações</u>:





14 + 16 = 30

<u>Recurso à operação adição:</u>

14 + 16 = 30, então no total temos 30 árvores.
Como dessas 30 árvores 14 são macieiras e 16 são pereiras a fração correspondente a cada uma das espécies é:

$\frac{14}{30}$ macieiras e $\frac{16}{30}$ pereiras.

- Verificar e interpretar o resultado obtido:

14 + 16 = 30 - Total das árvores, ou seja, o todo são 30 árvores.

Sendo o todo 30 árvores, então são $\frac{14}{30}$ macieiras e $\frac{16}{30}$ pereiras

Problema 2

O problema 2 decorreu igualmente durante uma aula de matemática (apêndice 2), no âmbito da matéria lecionada, tendo sido implementado na mesma aula do problema 1. Cada alínea do problema foi resolvida individualmente por cada aluno, na respetiva folha de resolução (apêndice 4).

Este problema insere-se no domínio “Número e Operações”, subdomínio “sistema de numeração decimal” e descritor de desempenho “resolver problemas de até três passos envolvendo números racionais representados de diversas formas e as operações de adição e de subtração”, de acordo com as Metas Curriculares para o Ensino Básico.

De acordo com o que se segue, apresento a mesma abordagem que utilizei no problema 1.

O problema 2 é composto por quatro alíneas, conforme se verifica:

Problema 2: Enunciado

1. A Margarida na sua festa de aniversário serviu piza e sumo natural de laranja aos amigos. A mãe, cortou a piza em dez fatias iguais.

1.1. Em quantas décimas ficou partida a piza?

1.2. Que quantidade da piza representa cada fatia?

1.3. A Carolina comeu duas décimas da piza, a Beatriz comeu uma décima e a Gabriela comeu três décimas.

1.4. Que quantidades da piza comeram os três meninos?

Tabela 7 – Práticas, conceitos e procedimentos envolvidos na resolução do problema 2

Sequência de atividades elementares para resolver o problema	**Uso e intencionalidade das atividades**	**Conceitos, procedimentos envolvidos nas atividades**
1) Relação entre o todo e a parte do todo.	Saber que uma décima corresponde à fração 1/10. Identificar que uma piza (unidade) dividida em 10 partes iguais corresponde a 10/10 (unidade).	Conceitos: frações decimais. Identificar que uma fatia da piza é uma décima da piza. Procedimento: associar que uma décima é igual a 1/10
2) Identificar que o todo (unidade) são 10 fatias e cada fatia é uma décima ou 1/10.	Identificar uma décima (0,1) e que esta corresponde a uma fatia de piza.	Conceitos: frações decimais. Procedimento: representar uma décima, por forma a perceber que esta representa uma fatia de piza,
3) Adição de décimas até obter a unidade.	Depois de saber que uma décima corresponde a 1/10 verificar quantas vezes tem que adicionar esta fração para obter o todo (10/10).	Conceitos: adição de frações. Procedimento: adicionar a fração 1/10 tantas vezes quantas as necessárias para obter a fração 10/10.
4) Adicionar as partes comidas pelas crianças.	Adicionando as diversas partes comidas pelas crianças obtêm-se a quantidade de piza comida pelas mesmas.	Conceitos: adição de números decimais. Procedimento: adicionar os números decimais referidos no problema.

- <u>Compreensão do problema:</u>

➢ De que nos fala o problema?

- A Margarida serviu piza e sumo aos amigos.
- A mãe da Margarida cortou a piza em 10 fatias iguais.
- A Carolina comeu duas décimas da piza, a Beatriz uma décima a Gabriela três décimas.

➢ O que pretendemos saber?

- Em quantas décimas ficou partida a piza?
- Que quantidade da piza representa cada fatia?
- Que quantidades da piza comeram três amigas?
- Que parte da piza sobrou?

Alínea 1.1.)

Em quantas décimas ficou partida a piza?

- <u>Elaboração de um plano – possíveis estratégias:</u>

<u>Recurso a diagrama:</u>

<u>Figura – Diagramas representativos da situação apresentada no problema</u>

$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{10}$

<u>Recurso à operação adição:</u>

0,1 + 01 + 01 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0, 1 + 0,1 + 0,1 = 1,0

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{10}{10}$$

<u>Recurso à operação divisão</u>:

1: 10 = 0,1

- <u>Verificar e interpretar o resultado obtido:</u>

$\frac{1}{10}$ = 0,1

0,1x10= 10

Alínea 1.2.)

Que quantidade da piza representa cada fatia?

- <u>Compreensão do problema:</u>

➢ De que nos fala o problema?

- A Margarida serviu piza e sumo aos amigos.
- A mãe da Margarida cortou a piza em 10 fatias iguais.
- A Carolina comeu duas décimas da piza, a Beatriz uma décima e a Gabriela comeu três décimas.

➢ O que pretendemos saber?

- Que quantidade da piza representa cada fatia?

- Elaboração de um plano – possíveis estratégias

Recurso a diagrama:

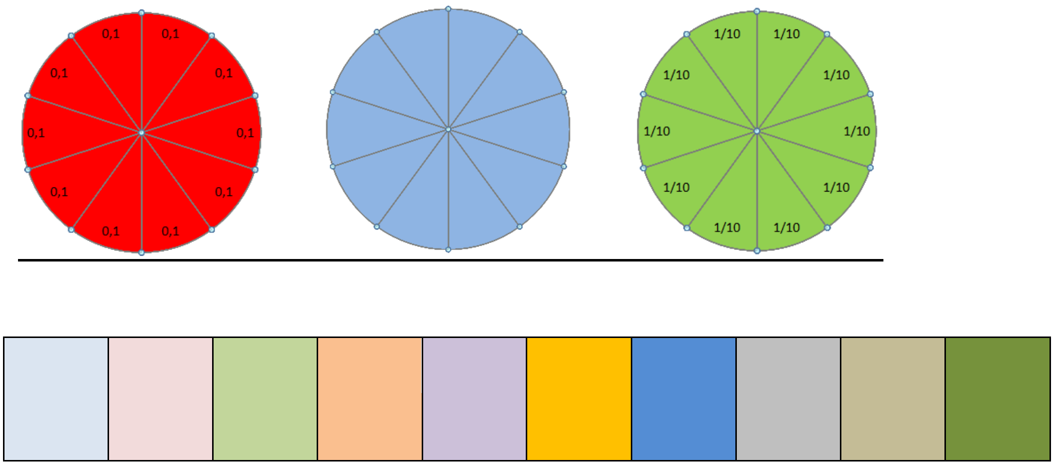


Figura – Vários diagramas.

Recurso à operação adição:

0,1 + 01 + 01 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0, 1 + 0,1 + 0,1 = 1,0

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{10}{10}$$

Recurso à operação divisão:
1: 10 = 0,1

- Verificar e interpretar o resultado obtido:

$\frac{1}{10}$ = 0,1

0,1x10= 10

Alínea 1.3.)

A Carolina comeu duas décimas da piza, a Beatriz comeu uma décima e a Gabriela comeu três décimas. Que quantidade da piza comeram as três meninas?

- <u>Compreensão do problema:</u>

➢ De que nos fala o problema?

- A Margarida serviu piza e sumo aos amigos.

- A mãe da Margarida cortou a piza em 10 fatias iguais.

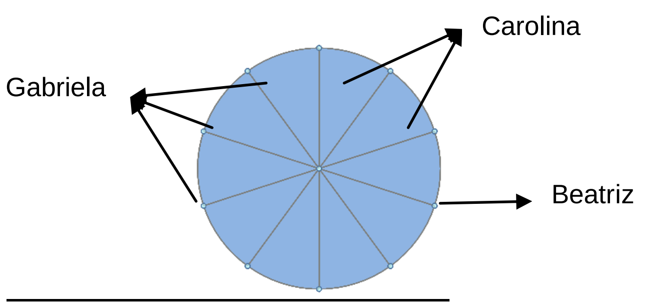
- A Carolina comeu duas décimas da piza, a Beatriz uma décima e a Gabriela comeu três décimas.

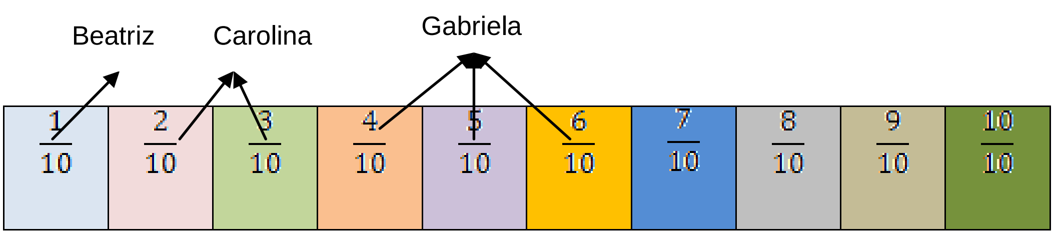
➢ O que pretendemos saber?

- Que quantidades da piza comeram as três meninas?

- <u>Elaboração de um plano – possíveis estratégias:</u>

<u>Recurso a diagrama:</u>





<u>Recurso à operação adição:</u>

0,2 + 01 + 01 + 0,3 = 0,6

2 (fatias) + 1 (fatia) + 3 (fatias) = 6 fatias

$$\frac{2}{10}+\frac{1}{10}+\frac{3}{10}=\frac{6}{10}$$

- Verificar e interpretar o resultado obtido:

  0,2+0,1+0,3=0,6

Alínea 1.4.)

Que parte da piza sobrou?

- Compreensão do problema:

➢ De que nos fala o problema (1.4)?

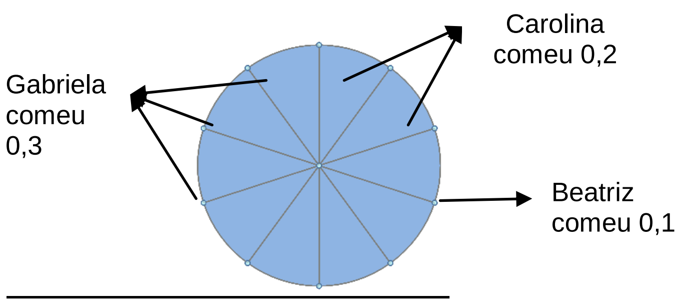
- A Margarida serviu piza e sumo aos amigos.
- A mãe da Margarida cortou a piza em 10 fatias iguais.
- A Carolina comeu duas décimas da piza, a Beatriz uma décima e a Gabriela comeu três décimas.
- A piza toda corresponde a 10 décimas que por sua vez corresponde à unidade.

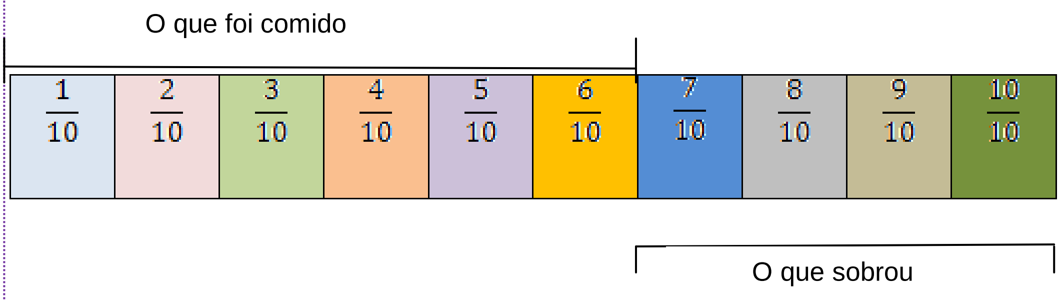
➢ O que pretendemos saber?

- Que parte da piza sobrou?

- Elaboração de um plano – possíveis estratégias:

Recurso a diagrama:





Recurso a palavras (raciocínio)

- Se eram 10 fatias e comeram 6 fatias, então sobraram 4.
- A piza representa 1,0, comeram 0,6, logo sobraram, 0,4.
- Da unidade (10/10) comeram 6/10, então sobram 4/10.

Recurso à operação subtração:

1,0 – 0,6 = 0,4

10 – 6 = 4

$\frac{10}{10} - \frac{6}{10} = \frac{4}{10}$

- Verificar e interpretar o resultado obtido:

1-0,6 = 0,4 que corresponde a 4/10 ou 4 fatias.

Problema 3

O problema 3 insere-se no domínio “Geometria e Medida”, subdomínio “medidas e descritor de desempenho “medir a área de figuras decomponíveis em unidades quadradas”, de acordo com as Metas Curriculares para o Ensino Básico.

Este problema foi proposto à turma após a elaboração de uma pequena horta (apêndice 5) realizada com os alunos, no âmbito de uma aula de Estudo do Meio.

De acordo com o que se segue, apresento a mesma abordagem que utilizei nos problemas anteriores. O problema 3, é composto por uma alínea, no entanto no decorrer da aula, foi solicitado aos alunos a resolução de uma segunda alínea, o cálculo da área. Cada alínea do problema foi resolvida individualmente por cada aluno, na respetiva folha de resolução (apêndice 6).

Problema 3: Enunciado

1. A horta da avó da Mati é quadrada e tem 32 metros de perímetro. Está dividida em três canteiros, como se indica na figura. Dois dos canteiros são iguais e têm a forma de um quadrado. O outro canteiro é retangular.

1.1. Calcula o perímetro do canteiro retangular.

1.2. Calcula a área do perímetro do mesmo canteiro.

(Adaptado miniolimpíadas 2015/2016)

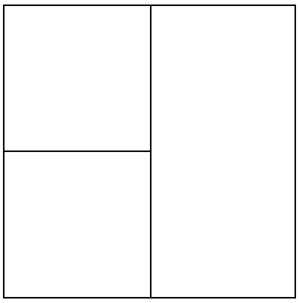


Tabela 8 – Práticas, conceitos e procedimentos envolvidos na resolução do problema 3

Sequência de atividades elementares para resolver o problema	**Uso e intencionalidade das atividades**	**Conceitos, procedimentos envolvidos nas atividades**
1) Dividir o perímetro por 4. 2) Relacionar o perímetro da horta (quadrado grande) com o comprimento do lado.	Ao dividir o perímetro por 4, os alunos ficam a saber quanto mede cada lado da horta. Composição/decomposição de figuras geométricas.	Conceitos: perímetro e propriedades do quadrado. Procedimento: dividir o perímetro por 4 para saber o comprimento dos lados da horta.
3) Dividir o comprimento de um lado por 2. 4) Relação entre o retângulo e o quadrado grande (horta).	Saber o que o lado menor do retângulo é metade do lado da horta e para saber o seu comprimento basta dividir o lado da horta por 2.	Conceitos: metade, divisão. Procedimento: dividir o comprimento do lado da horta por 2.
5) Adicionar todos os lados. 6) Identificar que um dos lados do retângulo é igual ao lado do quadrado	Realizar a adição de todos os lados do retângulo.	Conceito: perímetro do retângulo. Procedimento: calcular o perímetro do retângulo.

grande e o outro lado do retângulo é metade desse lado		
7) Calcular a área do retângulo	Multiplicando o lado menor pelo lado maior obtêm-se a área do retângulo.	Conceito: área do retângulo Procedimento: calcular a área do retângulo.

Alínea 1.1.)

Calcula o perímetro do canteiro retangular.

- <u>Compreensão do problema:</u>

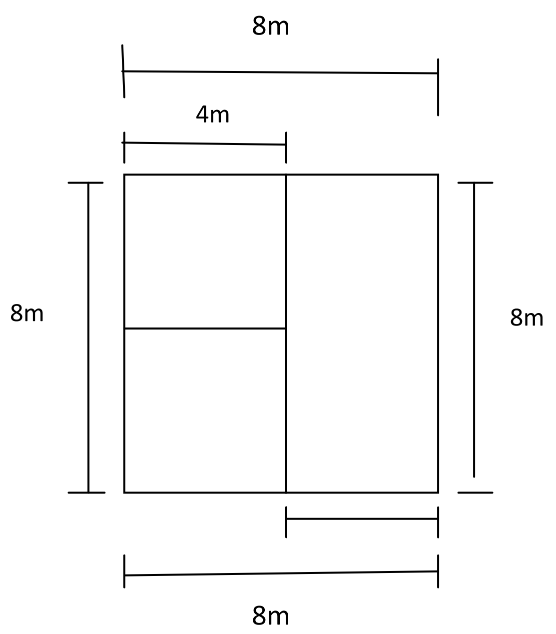
➢ De que nos fala o problema?

- A horta da Mati é quadrada e tem 32 m de perímetro.
- A horta está dividida em três canteiros.
- Dois dos canteiros são iguais e tem a forma de um quadrado.
- O terceiro canteiro é retangular.

➢ O que pretendemos saber?

- O perímetro do canteiro é retangular.
- A área do canteiro retangular.

- Elaboração de um plano – possíveis estratégias:



Recurso às operações divisão/adição:

32 m: 4 m = 8 m de comprimento
8 m: 2 m = 4 m de largura dos canteiros quadrados
P = C + L + C + L (soma das medidas de todos os lados)
P= 8 m + 4 m + 8 m + 4 m = 24 m

- **Ou**

32 m: 4 m = 8 m
8 m: 2 m = 4 m
P= soma das medidas de todos os lados
P= 8 m + 4 m + 4 m + 4 m + 4m= 24 m

Recurso às operações multiplicação/divisão/adição:

$$32m\ X\ \frac{1}{4} = \frac{32}{4}m = 8$$

$$8m\ X\ \frac{1}{2} = \frac{8}{2}m = 4m$$

P= C+L+C+L
P= 8 m + 4 m + 8 m + 4 m= 24 m

❖ **Ou**

Como a largura do canteiro retangular é metade do comprimento fica 8m: 2 = 4m. Tem que se somar o comprimento e a largura, 4m + 8m =12m

2 X 12 m = 24 m

- Verificar e interpretar o resultado obtido:

8 m + 4 m + 8 m + 4 m= 24 m

Alínea 1.2.)

Calcula a área do canteiro retangular.

- Compreensão do problema:

➢ De que nos fala o problema?

- A horta da Mati é quadrada e tem 32 m de perímetro.
- A horta está dividida em três canteiros.
- Dois dos canteiros são iguais e tem a forma de um quadrado.
- O terceiro canteiro é retangular.

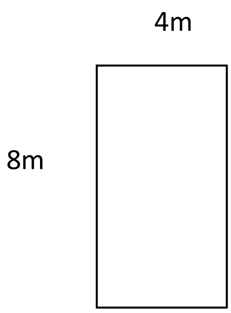
➢ O que pretendemos saber?

- A área do canteiro retangular.

- Elaboração de um plano – possíveis estratégias:

Recurso à operação multiplicação- possíveis estratégias:

Com já se sabe da alínea anterior que:



Comprimento = 8 m

Largura = 4 m

A = C x L

A▭ = 8 m x 4 m

A▭ = 32 m^2

- Verificar e interpretar o resultado obtido:

8 m x 4 m=32 m^2

Problema 4

O problema 4, insere-se domínio "Números e Operações", subdomínio "multiplicação" e descritor de desempenho "resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações de partilha e de agrupamento". Este problema surgiu numa das aulas lecionadas pelo professor cooperante, em que achei curioso o entusiasmo dos alunos aquando da sua resolução, daí ter achado este problema pertinente para o meu estudo. Este problema tem como objetivo principal familiarizar os alunos com uma abordagem matemática no seu dia-a-dia, sendo proposto aos alunos a "combinação" de diferentes conjuntos entre calças e camisas de cores diferentes, verificando-se pelo menos quatro estratégias diferentes, e todas elas possíveis, para este problema.

De acordo com o que se segue, apresento a mesma abordagem utilizada nos problemas anteriores. Cada alínea do problema foi resolvida individualmente por cada aluno, na respetiva folha de resolução (apêndice 7).

Problema 4: Enunciado

1. A Rita fez anos e recebeu as seguintes prendas:
   - umas calças pretas e outras brancas.
   - uma camisa azul, uma vermelha e outra castanha.

Pensa bem, e explica da maneira que preferires os diferentes conjuntos de roupa que a Ritinha pode formar.

Tabela 9 – Práticas, conceitos e procedimentos envolvidos na resolução do problema 4

Sequência de atividades elementares para resolver o problema	**Uso e intencionalidade das atividades**	**Conceitos, procedimentos envolvidos nas atividades**
1) Identificar as diferentes combinações de	Desenhar umas calças e ligar às três camisas de forma a perceber que cada par de	Conceitos: conjuntos Procedimentos: formar os

peças (calças e camisas). .	calças formará três conjuntos diferentes.	diversos conjuntos possíveis com um par de calças com recurso à tabela, ao diagrama e a operações (adição e multiplicação).
2) Identificar o número total de conjuntos.	Depois de se perceber que com cada par de calças formam 3 conjuntos basta adicioná-los para saber a quantidade de conjuntos.	Conceito: adição Procedimentos: adicionar os conjuntos ou multiplicar o número das calças pelo número de camisas.

- <u>Compreensão do problema:</u>

➢ De que nos fala o problema?

- A Rita recebeu umas calças pretas e outras brancas.
- A Rita recebeu uma camisa azul, uma vermelha e outra castanha.

➢ O que pretendemos saber?

- Quantos conjuntos diferentes de roupa pode a Rita formar.

- <u>Elaboração de um plano – possíveis estratégias:</u>

<u>Recurso ao diagrama da árvore:</u>

Calças pretas → camisa azul
Calças pretas → camisa vermelha
Calças pretas → Camisa castanha

Calças brancas → camisa azul
Calças brancas → camisa vermelha
Calças brancas → camisa castanha

Recurso à tabela:

	Calças pretas	Calças brancas
Camisa azul	X	X
Camisa vermelha	X	X
Camisa castanha	X	X

Recurso ao diagrama:

Recurso à operação multiplicação:

3 x 2 = 6

- Verificar e interpretar o resultado obtido:

  3 x 2 = 6

Problema 5

O problema 5 insere-se no domínio “Geometria e Medida”, subdomínio “medir a área de figuras decomponíveis em unidades quadradas”, de acordo com as Metas Curriculares para o Ensino Básico.

Este problema tem como objetivo calcular o perímetro de determinada figura (cartolina), sendo que para isso os alunos têm que “determinar” primeiro a medida de cada um dos lados da cartolina.

De acordo com o que se segue, apresento a mesma abordagem que utilizei nos problemas anteriores. Cada aluno resolveu o problema individualmente, na respetiva folha de resolução (apêndice 8).

Problema 5: Enunciado

A Mati dobrou uma cartolina quadrada pelas linhas indicadas a tracejado na figura. Formou 4 quadrados iguais com 80 cm de perímetro cada um.
Calcula o perímetro da cartolina.
(Adaptado das miniolimpíadas 2011/2012)

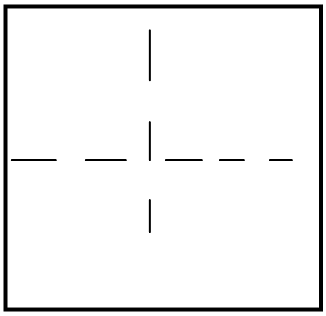


Tabela 10 – Práticas, conceitos e procedimentos envolvidos na resolução do problema 5

Sequência de atividades elementares para resolver o problema	**Uso e intencionalidade das atividades**	**Conceitos, procedimentos argumentos, envolvidos nas atividades**
1) A relação entre o perímetro de cada quadrado e o perímetro da cartolina.	A decomposição da cartolina em quatro quadrados iguais permite identificar a medida do lado da cartolina a partir da determinação da medida do lado de cada quadrado.	Conceitos: perímetro, comprimento. Procedimentos: recurso à operação divisão/ adição; recurso à operação divisão/ multiplicação.
2) Calcular o perímetro.	A adição dos 4 lados permitirá obter o perímetro da cartolina.	Conceito: perímetro, adição Procedimento: calcular o perímetro recorrendo à adição dos lados.

- Compreensão do problema:

➢ De que nos fala o problema?

A Mati dobrou uma cartolina formando 4 quadrados iguais.

Cada um dos 4 quadrados tem 80 cm de perímetro.

➢ O que pretendemos saber?

O perímetro da cartolina.

- Elaboração de um plano – possíveis estratégias:

Recurso à operação divisão/multiplicação:

80 cm:4 = 20 cm

20 cm x 2 = 40 cm

40 cm x 4= 160 cm

Recurso à operação divisão/adição:

80 cm:4 = 20 cm

20 cm + 20 cm = 40 cm

40 cm + 40 cm + 40 cm + 40 cm = 160 cm

❖ **Ou**

(20 cm + 20 cm + 20cm + 20 cm+ 20 cm + 20 cm + 20 cm + 20 cm = 160 cm)

- Verificar e interpretar o resultado obtido:

80 cm: 4 = 20 cm (medida de cada lado do quadrado pequeno)

20 cm x 2 = 40 cm (medida de cada lado da cartolina)

P= 4 x 40 cm=160 cm

Problema 6

De acordo com as Metas Curriculares do Ensino Básico, o problema 6 insere-se domínio “Geometria e Medida”, subdomínio “Sistema de numeração decimal” e descritor de desempenho “Resolver problemas de até três passos envolvendo números racionais representados de diversas formas e as operações de adição e de subtração.”

Este problema foi um dos implementados numa das aulas de matemática (apêndice 2), dedicada à resolução de problemas. De acordo com o que se segue, a abordagem apresentada é a mesma dos problemas anteriores. Cada aluno resolveu o problema individualmente na respetiva folha de resolução (apêndice 9).

O problema 6 tem como objetivo trabalhar operações com frações.

Problema 6: Enunciado

Depois de uma troca de cromos com os amigos, o Afonso ficou com 360. Desses 360 deu um sexto (1/6) ao irmão. Dos restantes, um terço (1/3) foram para o primo.

Com quantos cromos ficou o Afonso?

Tabela 11 – Práticas, conceitos e procedimentos envolvidos na resolução do problema 6

Sequência de atividades elementares para resolver o problema	**Uso e intencionalidade das atividades**	**Conceitos, procedimentos argumentos, envolvidos nas atividades**
1) Identificar 1/6 de 360.	Recorrendo à multiplicação de frações calcular 1/6 de 360 para saber quantos cromos o Afonso deu ao irmão.	Conceitos: multiplicação de frações. Procedimentos: multiplicar 1/6 por 360.
2) Calcular a quantidade de cromos com que ficou o Afonso (diferença entre 360	Através da adição calcula-se a quantidade de cromos que restam ao Afonso.	Conceitos: adição Procedimento: aos 360 cromos retiram-se 1/6 dos

cromos e os dados ao irmão, 60).		360 calculados anteriormente.
3) Identificar 1/3 do resultado obtido anteriormente	Através da multiplicação de frações fica-se a saber quantos cromos o Afonso deu ao primo.	Conceito: multiplicação de frações Conceitos: multiplicar 1/3 pelo resultado obtido no passo anterior
4) Calcular a quantidade de cromos com que ficou o Afonso	Através da adição calcula-se a quantidade de cromos que restam ao Afonso.	Conceitos: adição Procedimento: aos cromos que o Afonso tem retira-se a quantidade obtida no passo anterior.

- <u>Compreensão do problema:</u>

➢ De que nos fala o problema?

O Afonso tinha 360 cromos.

Deu 1/6 dos cromos ao irmão.

Depois do Afonso dar 1/6 dos cromos ao irmão, com quantos ficou?

Dos restantes, deu 1/3 ao primo.

➢ O que pretendemos saber?

Com quantos cromos ficou o Afonso.

- <u>Elaboração de um plano – possíveis estratégias:</u>

<u>Recurso à operação divisão/multiplicação:</u>

$$360\ X\frac{1}{6} = \frac{360}{6} = 60$$

360 – 60 = 300

$$300\ X\frac{1}{3} = \frac{300}{3} = 100$$

300 – 100 = 200 ou 360-60 – 100 = 200

Recurso à operação divisão/subtração:

360: 6 = 60

360 – 60 = 300

300: 3= 100

300 – 100 = 200 ou 360 – 60 – 100 = 200

- Verificar e interpretar o resultado obtido:

60 + 100 + 200 = 360

Problema 7

De acordo com as Metas Curriculares do Ensino Básico, O problema 7 insere-se igualmente no domínio “Geometria e Medida”, subdomínio “Sistema de numeração decimal” e descritor de desempenho “Resolver problemas de até três passos envolvendo números racionais representados de diversas formas e as operações de adição e de subtração.”

O problema 7 foi implementado na mesma aula do problema anterior (apêndice 2). Este problema 7 tem como objetivo que os alunos, seguindo os dados fornecidos pelo enunciado e aplicando as estratégias corretas cheguem ao resultado.

De acordo com o que se segue, apresento a mesma abordagem que utilizei nos problemas anteriores. Cada aluno resolveu o problema individualmente na respetiva folha de resolução (apêndice 10).

Problema 7: Enunciado

A irmã mais velha do Tomás tem 28 anos. O Tomás tem um sétimo (1/7) da idade desta irmã (mais velha) e a irmã mais nova do Tomás tem um quarto (1/4) da irmã mais velha.

Calcula a idade do Tomás e da irmã mais nova.

Tabela 12 – Práticas, conceitos e procedimentos envolvidos na resolução do problema 7

Sequência de atividades elementares para resolver o problema	**Uso e intencionalidade das atividades**	**Conceitos, procedimentos envolvidos nas atividades**
1) Calcular 1/7 de 28	Ao calcular 1/7 de 28 obtêm-se a idade do Tomás (a parte de um todo).	Conceito: Multiplicação de frações Procedimento: Multiplicar 1/7 por 28 ou dividir 28:7.
2) Calcular 1/4 de 28	Ao calcular 1/4 de 28 obtêm-se a idade da irmã mais nova do Tomás (a parte de um todo).	Conceito: Multiplicação de frações Procedimento: Multiplicar 1/4 por 28 ou dividir 28:4.

- Compreensão do problema:

➢ De que nos fala o problema?

A irmã mais velha do Tomás tem 28 anos.

O Tomás tem 1/7 da idade, da irmã mais velha.

Irmã mais nova do Tomás tem ¼ da idade da irmã mais velha.

Qual a relação entre a idade do Tomás e a idade da irmã mais nova?

➢ O que pretendemos saber?

A idade do Tomás.

A idade da irmã mais nova do Tomás.

- Elaboração de um plano – possíveis estratégias:

Recurso à operação multiplicação:

$$28\,X\,\frac{1}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

$$28\,X\,\frac{1}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

Recurso à operação divisão:

28: 7 = 4

28: 4 = 7

- <u>Verificar e interpretar o resultado obtido:</u>

7 x 4 = 28

4 x 7 = 28

Ao longo da investigação e no decorrer da resolução dos problemas implementados, fui "esmiuçando" e conversando com os alunos, de maneira a compreender as estratégias aplicadas pelos mesmos, bem como as dificuldades sentidas. Depois da resolução dos problemas, por mim selecionados, procedi à análise e à discussão dos resultados.

Capítulo V – Apresentação e Análise dos Resultados

Neste capítulo, irei apresentar, analisar, interpretar e discutir os resultados obtidos neste estudo, tendo por base em cada problema os diversos instrumentos de análise e de acordo com as categorias: resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, estratégias e dificuldades. Esta análise é sustentada pelos registos produzidos pelos alunos e pelas notas campo.

A análise de dados incluiu uma seriação dos mesmos, tendo em conta o estudo e as questões de investigação a que pretendo dar resposta:

1) Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas?
2) Quais as dificuldades dos alunos resolução de problemas?

5.1. Problema 1

Problema 1

Relembrando o enunciado do problema 1:

O Sr. Manuel tem algumas árvores de fruto, em que 16 são pereiras e 14 são macieiras.
Representa em forma de fração o número que existe de cada árvore**.**

Neste problema, os alunos utilizaram as duas estratégias possíveis apresentadas no capítulo anterior (tabela 13). No entanto, os alunos recorreram, na grande maioria, à operação adição (figura 4 e 5), enquanto apenas dois recorreram à estratégia desenho e operações (figura 2 e 3). A maioria dos alunos que responderam corretamente a este problema, recorreram à estratégia operação adição, para chegar à solução do mesmo. Os restantes alunos não utilizaram nenhuma das duas, demonstrando dificuldades na resolução do problema.

Tabela 13 – N.º de alunos por estratégia

Estratégias	Diagrama e operações	Operações (adição)
Nº de alunos	2	15

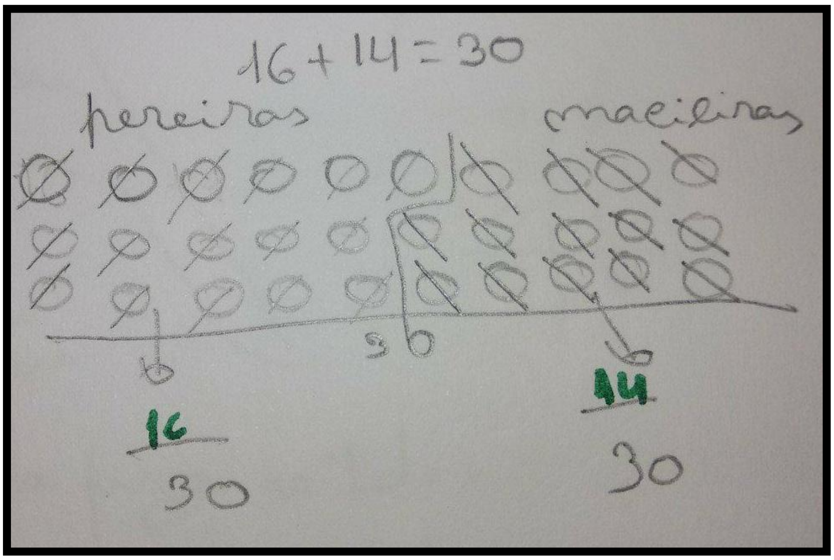


Figura 2 – Estratégia desenho e operações: Resolução correta
Resolução do aluno A1

Nesta resolução o aluno desenhou as pereiras e as macieiras, verificando que no total tinha desenhado 30 árvores. Depois, recorrendo ao conceito de fração identificou o numerador (número das pereiras ou das macieiras e o denominador (número total de árvores).

Para encontrar o total de árvores recorreu à adição, somando o número de pereiras com o número de macieiras.

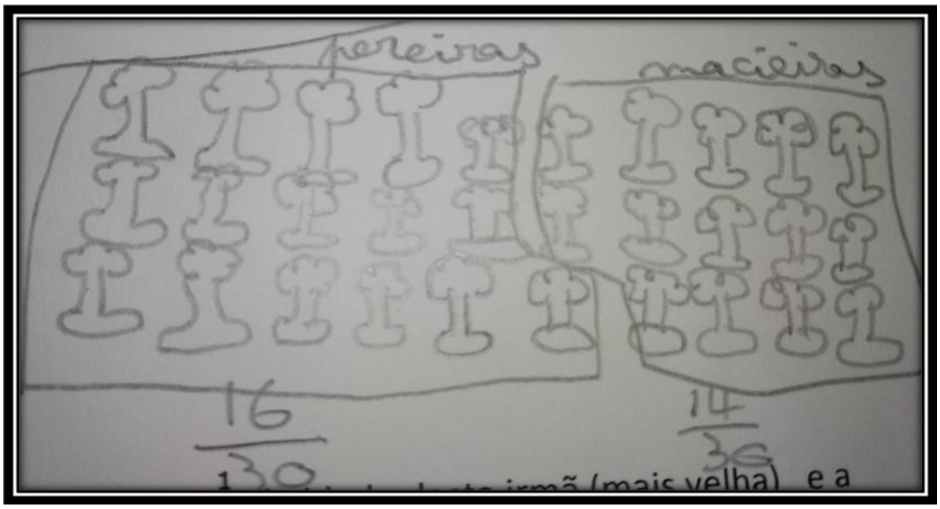


Figura 3 – Estratégia desenho e operações: Resolução correta
Resolução do aluno A2

Nesta resolução o aluno desenhou as pereiras e as macieiras, verificando que no total tinha desenhado 30 árvores. Depois, recorrendo ao conceito de fração, identificou o numerador (número das pereiras ou das macieiras) e o denominador (número total de árvores).

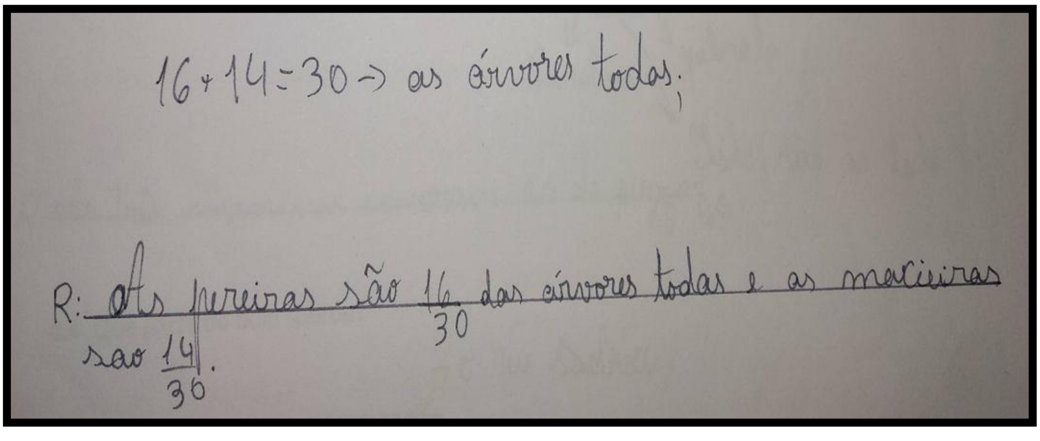


Figura 4 – Estratégia operações: Resolução correta
Resolução do aluno A7

Nesta resolução o aluno recorreu à adição para encontrar o total de árvores, somando as pereiras com as macieiras. Depois, recorrendo ao conceito de fração identificou as frações correspondentes para cada tipo de árvore.

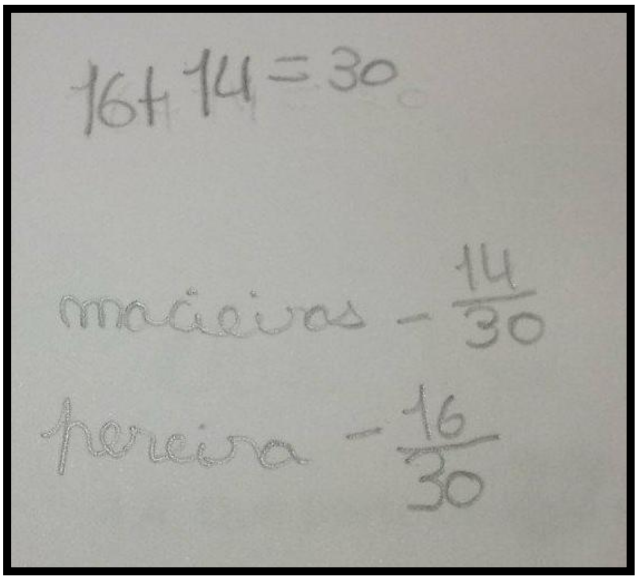


Figura 5 – Estratégia operações: Resolução correta
Resolução do aluno A2

Nesta resolução o aluno recorreu à adição para encontrar o total de árvores, somando as pereiras com as macieiras. Depois, recorrendo ao conceito de fração identificou as frações correspondentes para cada tipo de árvore.

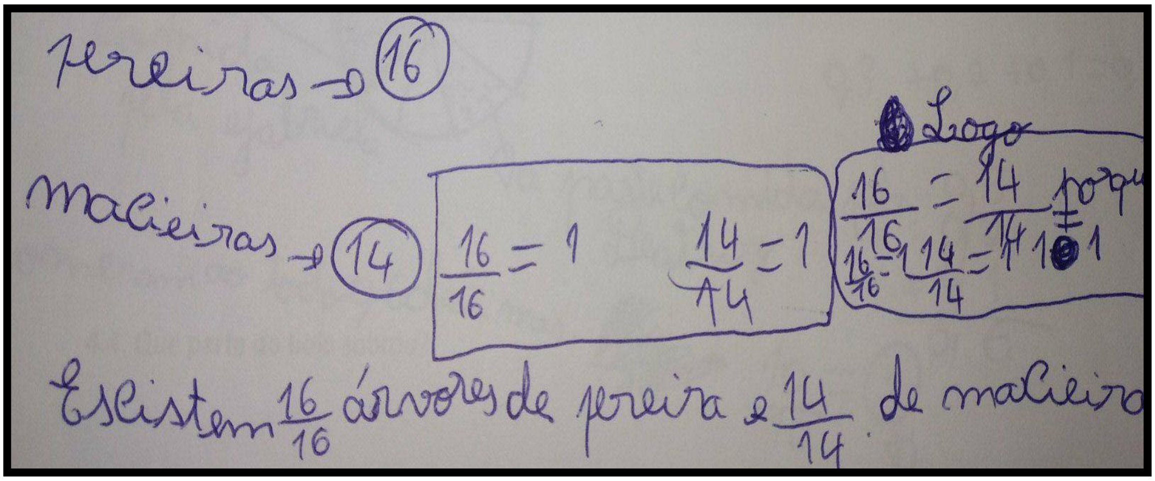


Figura 6 – Resposta incorreta
Resolução do aluno A3: **Dificuldade por descobrimento do conteúdo**

Nesta resolução o aluno demonstrou não perceber que as 16 pereiras são uma parte do total de árvores existentes no pomar. Neste sentido, o aluno erra no número do denominador visto que este corresponde ao todo (total de árvores).

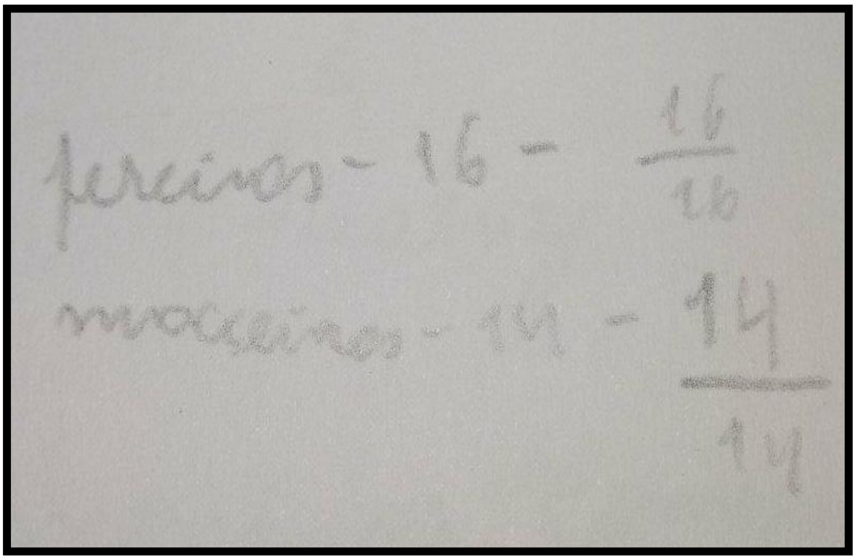


Figura 7 – Resposta incorreta
Resolução do aluno A4: **Dificuldade para compreender o enunciado do problema**

Nesta resolução o aluno demonstrou não perceber que as 16 pereiras são uma parte do total de árvores existentes no pomar. Neste sentido, o aluno erra no número do denominador visto que este corresponde ao todo (total de árvores).

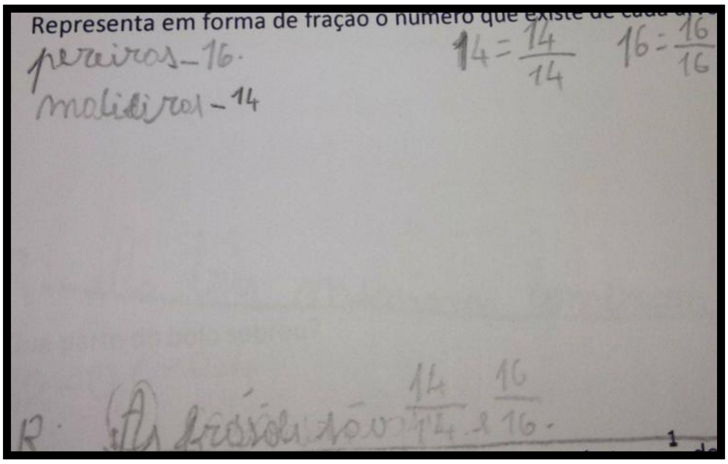


Figura 8 – Resposta incorreta
Resolução do aluno A5: **Dificuldade para compreender o enunciado do problema**

Nesta resolução o aluno demonstrou não perceber que as 16 pereiras são uma parte do total de árvores existentes no pomar. Neste sentido, o aluno erra no número do denominador visto que este corresponde ao todo (total de árvores).

Neste problema, a principal dificuldade sentida foi a compreensão do conceito de fração, demonstrando dificuldade em encontrar o todo. Por exemplo, alguns dos alunos não compreenderam que para representar o número das árvores de fruto, pereiras e macieiras, em forma de fração, teriam primeiro que calcular o número total das árvores. A resolução dos alunos A4 e A5 sãos exemplos de dificuldade na compreensão do problema e ao não compreenderem o problema, torna-se difícil delinear um plano (correto) e executa-lo (seguindo o modelo de Pólya). Posto isto, sete dos alunos demonstraram dificuldade na resolução do problema, respondendo de forma incorreta. Aquando da resolução individual dos problemas e de forma a responder à questão: - "Porque é que acham que a resposta é 16/16 pereiras e 14/14 macieiras, o aluno A4 respondeu:

- "São 16 pereiras, por isso a unidade é 16/16 (a fração das pereiras) e nas macieiras pensei igual. São 14 macieiras, por isso em forma de fração fica 14/14".

Numa outra questão:

- "Ao resolveres o problema, sentiste dificuldade?" O aluno A4 respondeu que:

- "Não, porque era um problema fácil". No entanto, este mesmo aluno respondeu de forma incorreta, por não ter compreendido o problema.

Como resoluções corretas considerou-se as resoluções que apresentavam a fração correta correspondente a cada uma das árvores de fruto e como resoluções incorretas, foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução e respetiva resposta incorreta. Respetivamente às resoluções parcialmente corretas, consideravam-se as respostas que apresentassem pelo menos uma fração correta, o que não se verificou. O problema 1 foi resolvido por 24 alunos, tendo sido registadas 17 respostas corretas e sete incorretas (tabela 14).

Tabela 14 – Avaliação da resolução

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
Nº de alunos	17	0	7

Através da análise das resoluções dos alunos e considerando a tabela elaborada no capítulo anterior verifico que, na sua maioria os alunos seguiram as práticas previstas na resolução do problema, isto é, identificaram a quantidade total de árvores, bem como as frações correspondentes a cada uma das partes. Por outro lado, alguns alunos não obtiveram o mesmo sucesso, dado que demonstraram não perceberem que as 16 pereiras são uma parte do total de árvores existentes no pomar. Neste sentido, os alunos erraram no número do denominador visto que este corresponde ao todo.

Neste problema, trabalhei os problemas de um passo, que de acordo com Charles e Lester (1986), mencionados por Vale e Pimentel (2004), são os problemas que se resolvem com a aplicação direta de uma das quatro operações básicas. Já para Boavida et al. (2008) este problema pode ser chamado de problema de cálculo no sentido em que podem ser resolvidos recorrendo à aplicação de uma ou mais operações básicas. Neste âmbito, segundo o mesmo autor é possível distinguirem-se problemas de um passo ou mais passos, sendo o problema apresentado de um passo, em que os alunos têm de pensar qual o melhor processo a utilizar neste tipo de problema.

As estratégias que os alunos poderiam usar neste problema são: utilizar um esquema/diagrama/tabela/gráfico; trabalhar do fim para o princípio; simular/simplificar o problema; reduzir a um problema mais simples, segundo Palhares, (2004). No entanto, das estratégias previstas, os alunos recorreram a ambas (tabela 13), verificando-se assim que o previsto coincidiu com a realidade, apesar da maioria dos alunos ter recorrido à estratégia operações (adição).

As dificuldades que os alunos poderiam ter, segundo Santomauro (2010) citado por Araújo (2015) eram: dificuldades para compreender o enunciado do problema, ou seja, dificuldade na compreensão e interpretação do enunciado; dificuldade numa etapa do procedimento; dificuldade por descobrimento do conteúdo e dificuldade conceitual das operações básicas. Neste problema, apenas se verificou a dificuldade em compreender o problema (figuras 6,7 e 8), isto porque, alguns dos alunos não compreenderam que para representar o número das árvores de fruto, pereiras e macieiras, em forma de fração, teriam primeiro que calcular o número total das árvores.

5.2. Problema 2

Problema 2

Relembrando o enunciado do problema 2:

1. A Margarida na sua festa de aniversário serviu piza e sumo natural de laranja aos amigos. A mãe, cortou a piza em dez fatias iguais.

1.1. Em quantas décimas ficou partida a piza?

1.2. Que quantidade da piza representa cada fatia?

1.3. A Carolina comeu duas décimas da piza, a Beatriz comeu uma décima e a Gabriela comeu três décimas da piza.
Que quantidade da piza comeram as três meninas?

1.4. Que parte da piza sobrou?

Alínea 1.1. do problema 2:

1.1. Em quantas décimas ficou partida a piza?

Neste problema, os alunos utilizaram as três estratégias possíveis apresentadas no capítulo anterior (tabela 15), no entanto, na sua maioria recorreram ao diagrama (figura 11). Dos restantes, quatro recorreram à adição (figura 9), apenas dois à estratégia divisão (figura 10) e um dos alunos recorreu a uma estratégia não apresentada (figura 12), recorrendo à operação multiplicação e comprovando assim a solução desta alínea (1.1.).

Todos os alunos responderam corretamente a esta alínea do problema 2 e tendo em conta as resoluções apresentadas através das diversas estratégias conclui-se que não se verificaram dificuldades.

Tabela 15 – N.º de alunos por estratégia

Estratégias	Recurso à operação adição	Recurso à operação divisão	Recurso a diagrama
Nº de alunos	4	2	17

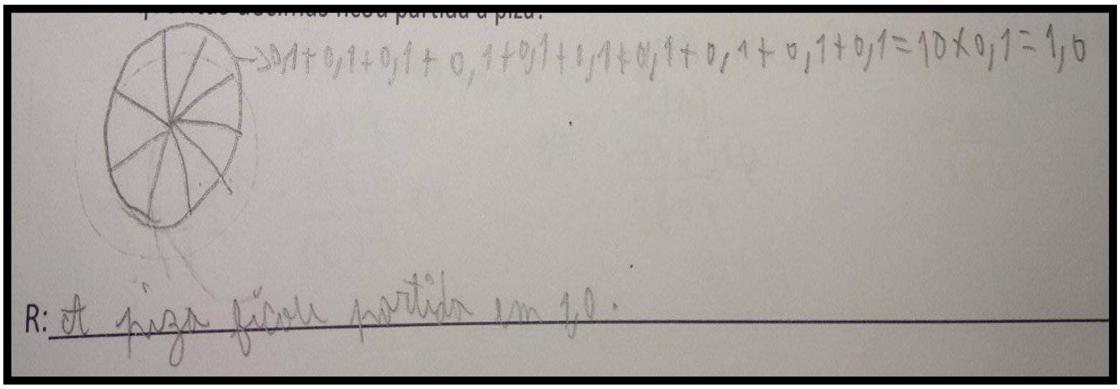


Figura 9 – Estratégia: operação adição: Resolução correta
Resolução do aluno A16

Nesta resolução o aluno desenhou a piza, dividindo a mesma em 10 partes iguais, demonstrando saber que uma décima é uma parte de 10. Depois, usando a adição, demonstrou que a soma de 10 décimas é igual a unidade (a piza inteira).

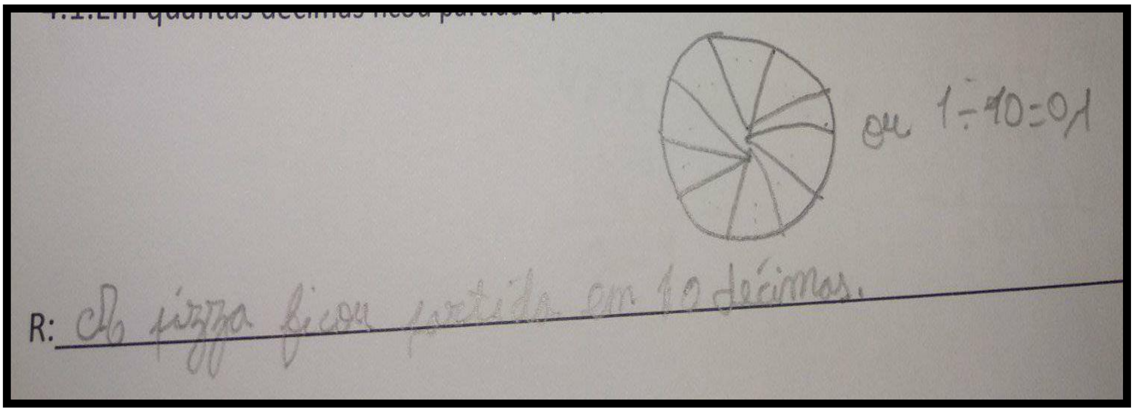


Figura 10 – Estratégia operação divisão: Resolução correta
Resolução do aluno A12

Nesta resolução o aluno desenhou a piza, dividindo a mesma em 10 partes iguais, demonstrando saber que uma décima é uma parte de 10. Depois, usando a divisão, demonstrou que se dividir a unidade em 10 obtém uma décima.

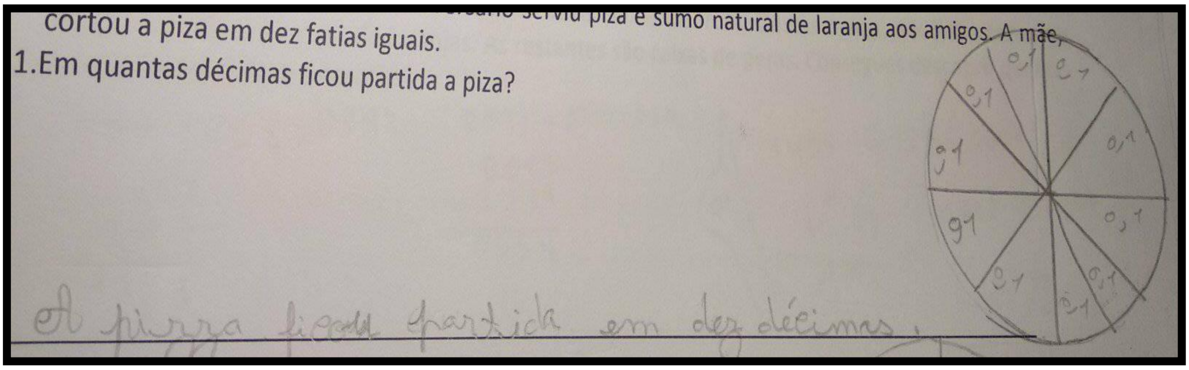


Figura 11 – Estratégia diagrama: Resolução correta
Resolução do A3

Nesta resolução o aluno desenhou a piza, dividindo a mesma em 10 partes iguais, demonstrando saber que uma décima é uma parte de 10.

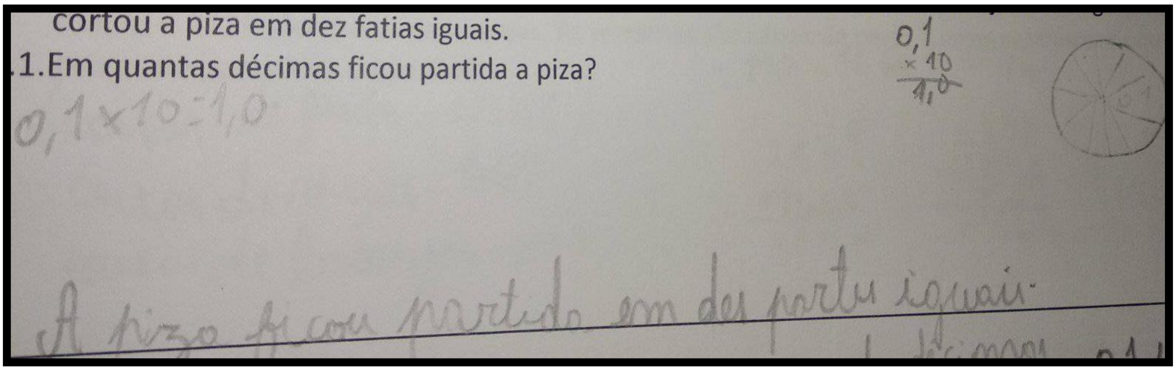


Figura 12 – Estratégia multiplicação: Resolução correta
Resolução do aluno A11

Recorrendo à multiplicação, o aluno demonstrou que a unidade (piza inteira) se obtém multiplicando 10 vezes uma décima.

Nesta alínea do problema 2 não se verificaram dificuldades por parte dos alunos, dado que se analisou as diversas estratégias aplicadas corretamente pelos alunos. Isto significa que os alunos compreenderam o problema, delinearam uma estratégia e colocaram-na em prática, corretamente e de forma a solucionarem o problema. É de destacar o facto do aluno A11 (figura 12) ter recorrido à multiplicação, verificando assim o resultado obtido. O aluno A12 além do diagrama recorreu também à divisão, dividindo a unidade (piza) pelas 10 partes iguais, conforme nos indica o enunciado.

Como resoluções corretas foram consideradas aquelas que continham a estratégia, solução e resposta correta. Como resoluções parcialmente corretas consideraram-se as resoluções com a estratégia correta e resposta incorreta ou estratégia parcialmente correta e resposta correta. Relativamente às resoluções incorretas, foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução e respetiva solução incorreta.

A alínea 1.1. do problema 2 foi resolvida por 24 alunos, sendo que, todas as resoluções foram registadas como corretas (tabela 16).

Tabela 16 – Avaliação da resolução

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
Nº de alunos	24	0	0

Alínea 1.2. do problema 2:

1.2. Que quantidade da piza representa cada fatia?

Nesta alínea foram utilizadas as três estratégias possíveis apresentadas no capítulo anterior (tabela 17), sendo que a mais utilizada foi o diagrama (figura 15 e 16) e apenas um aluno recorreu à adição (figura 13), assim como à divisão (figura 14). É de salientar que alguns dos alunos não utilizaram nenhuma das estratégias, recorrendo apenas ao cálculo mental (figura 17).

Tabela 17 – N.º de alunos por estratégia

Estratégias	Recurso à operação adição	Recurso à operação divisão	Recurso ao diagrama
Nº de alunos	1	1	16

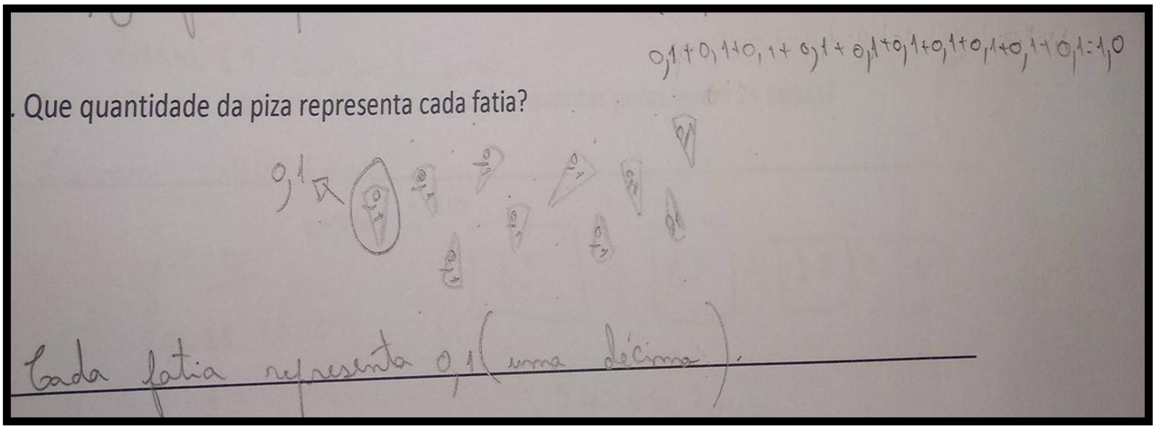


Figura 13 – Estratégia: operação adição: Resolução correta
Resolução do aluno A1

Nesta resolução o aluno desenhou as fatias da piza e identificou que uma fatia correspondia a uma décima, demonstrando saber que uma décima é uma parte de 10. Depois, usando a adição, demonstrou que a soma de 10 décimas é igual a unidade (a piza inteira).

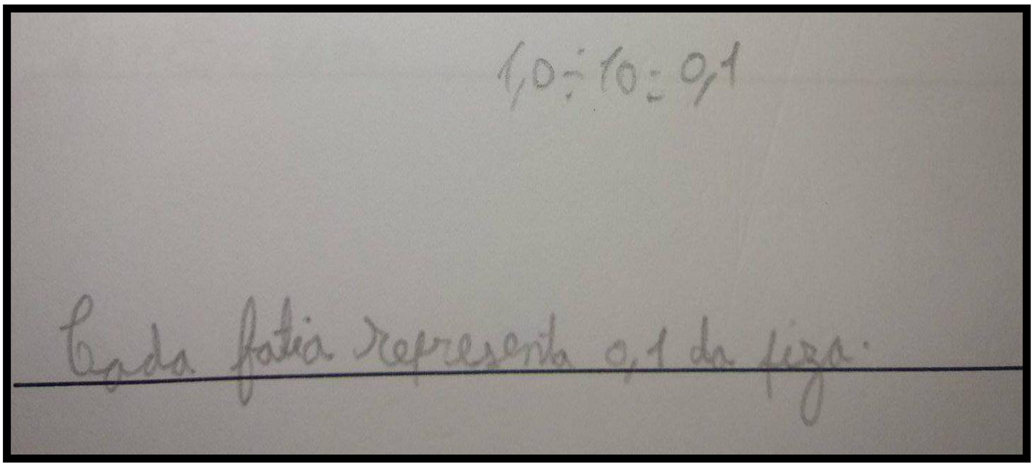


Figura 14 – Estratégia operação divisão: Resolução correta
Resolução do aluno A15

Nesta resolução, o aluno sabendo que a piza tinha 10 fatias, dividiu a unidade por 10 verificando que 1 fatia correspondia a 1 décima.

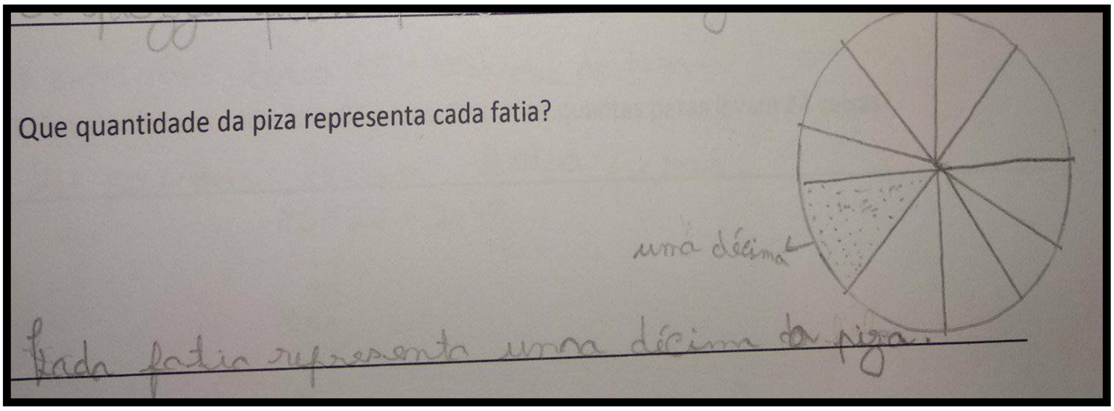


Figura 15 – Estratégia diagrama: Resolução correta
Resolução do aluno A4

Nesta resolução o aluno desenhou a piza, dividindo a mesma em 10 partes iguais, demonstrando saber que uma décima é uma parte de 10.

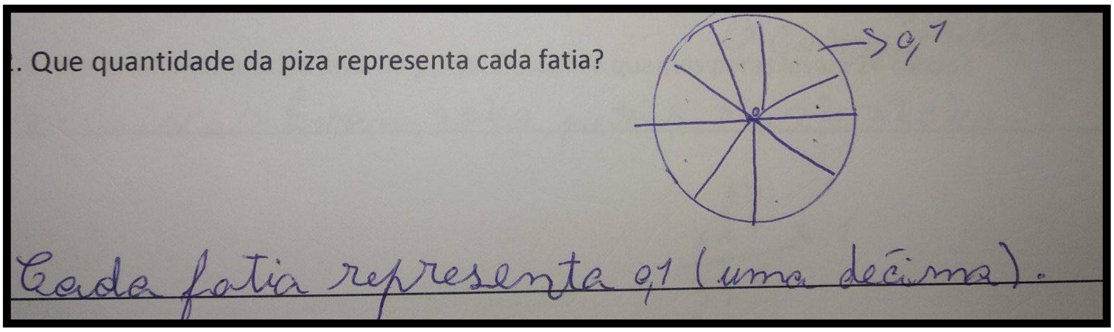


Figura 16 – Estratégia diagrama: Resolução correta
Resolução do aluno A8

Nesta resolução o aluno desenhou a piza, dividindo a mesma em 10 partes iguais, demonstrando saber que uma décima é uma parte de 10.

Alguns dos alunos (seis) não recorreram a nenhuma das estratégias apresentadas, recorrendo ao cálculo mental (figura 17). Apesar de (eu) não ter apresentado o raciocínio como uma estratégia possível, o mesmo é aplicável neste e outros problemas matemáticos, denotando-se assim uma estruturação do pensamento, pois a matemática tem “[…]um papel primordial na organização do pensamento, constituindo-se como uma gramática basilar do raciocínio hipotético-dedutivo. “(ME, 2013, p.2)

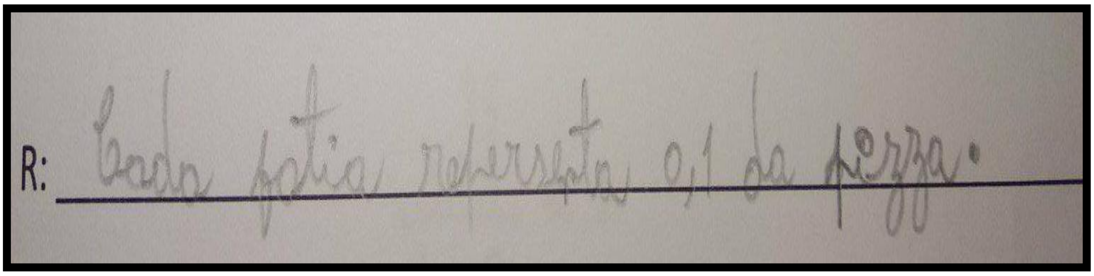


Figura 17 – Aluno que recorreu ao cálculo mental: Resolução correta
Resolução do aluno A18

Nesta resolução o aluno recorreu apenas à definição de décima demonstrando saber que uma décima é uma parte de 10.

A dificuldade observada na resolução deste problema, alínea 1.2., foi a redação da resposta, por exemplo, um aluno (A5) apresenta a estratégia correta (diagrama) e redige incorretamente a resposta (figura 18), enquanto um segundo aluno que recorreu ao raciocínio (figura 19) também apresenta uma resolução incorreta. Por este aluno não ter aplicado nenhuma estratégia, não é possível perceber se foi falha ao nível da compreensão do problema e, consequentemente, erro na escrita da resposta ou se foi apenas falha/erro na redação da resposta.

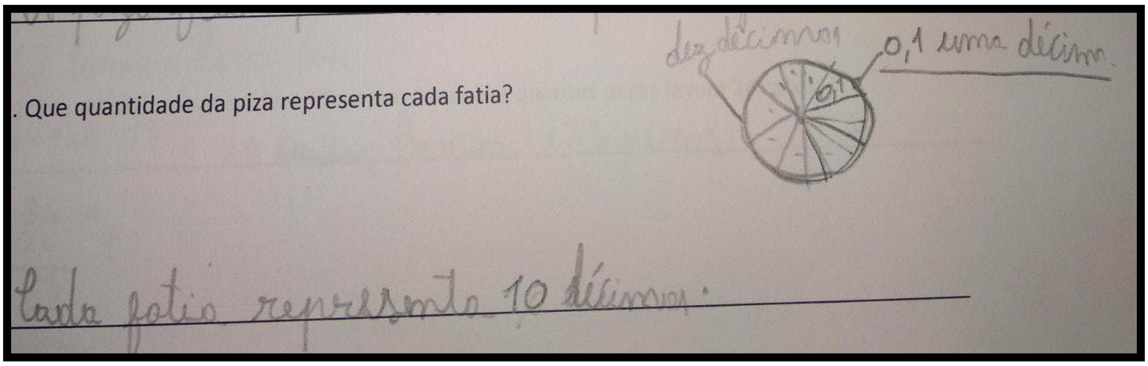


Figura 18 – Aluno que recorreu ao raciocínio: Resolução parcialmente correta
Resolução do aluno A5: **Dificuldade numa etapa do procedimento**

Nesta resolução o aluno desenhou a piza, dividindo a mesma em 10 partes iguais, demonstrando saber que uma décima é uma parte de 10 e que a piza inteira tem 10 décimas. Contudo, quando responde apresenta alguma confusão, salientado que cada fatia representa 10 décimas, ao contrário daquilo que desenhou.

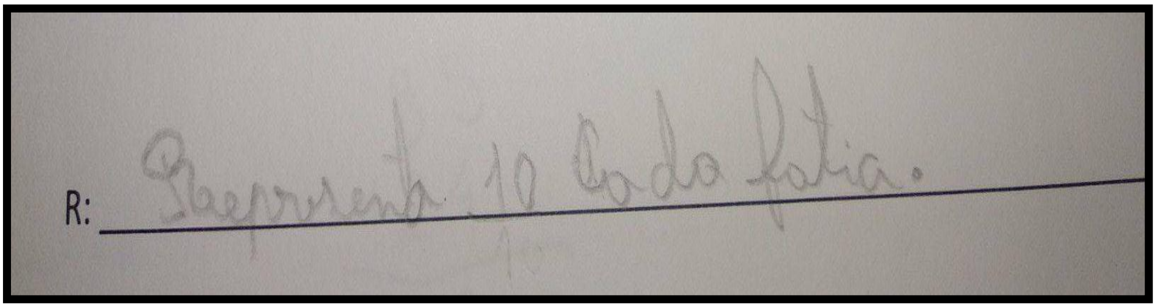


Figura 19 – aluno que recorreu ao raciocínio: Resolução incorreta
Resolução do A13: **Dificuldade por descobrimento do conteúdo**

O aluno demonstra não saber identificar as partes, daí sentir dificuldade em identificar que uma fatia é uma parte das 10 que representam o total.

Assim, na alínea 1.2. do problema 2, as dificuldades verificadas foram na redação das respostas a compreensão do problema (figura 19), como referido atrás. Entende-se na resolução apresentada pelo aluno A5 que o mesmo compreendeu o problema, apesar de ter respondido incorretamente. O aluno apresenta alguma confusão na sua resposta, pois, registou que cada fatia representa 10 décimas, ao contrário do diagrama que apresenta.

De uma forma geral, os alunos compreenderam o problema, delinearam uma estratégia e colocaram-na em prática, corretamente, de forma a solucionarem o problema. É de destacar o facto de alguns alunos terem recorrido ao raciocínio.

Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que apresentavam uma estratégia correta e uma resposta correta, assim como um raciocínio correto e respetiva resposta. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com a estratégia correta e resposta incorreta ou estratégia parcialmente correta e resposta correta. Relativamente às resoluções incorretas, foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução e respetiva solução incorreta.

A alínea 1.2. do problema 2 foi resolvida por 24 alunos, sendo consideradas 22 respostas corretas, uma incorreta e outra parcialmente correta (tabela 18).

Tabela 18 – Avaliação da resolução

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
Nº de alunos	22	1	1

Alínea 1.3. do problema 2:

1.3. A Carolina comeu duas décimas da piza, a Beatriz comeu uma décima e a Gabriela comeu três décimas.
Que quantidade da piza comeram as três meninas?

Na resolução desta alínea do problema 2, além dos alunos terem utilizado as duas estratégias possíveis apresentadas no capítulo anterior (tabela 19), também utilizaram as duas estratégias em conjunto, de forma a se certificarem da resolução do problema. Destacou-se a estratégia adição (figura 19), seguindo-se o recurso ao diagrama (figura 20). É de referir que os restantes alunos optaram por recorrer às duas estratégias em conjunto (figura 21).

Tabela 19 – N.º de alunos por estratégia

Estratégias	Recurso à operação adição	Recurso a diagrama
Nº de alunos	12	5

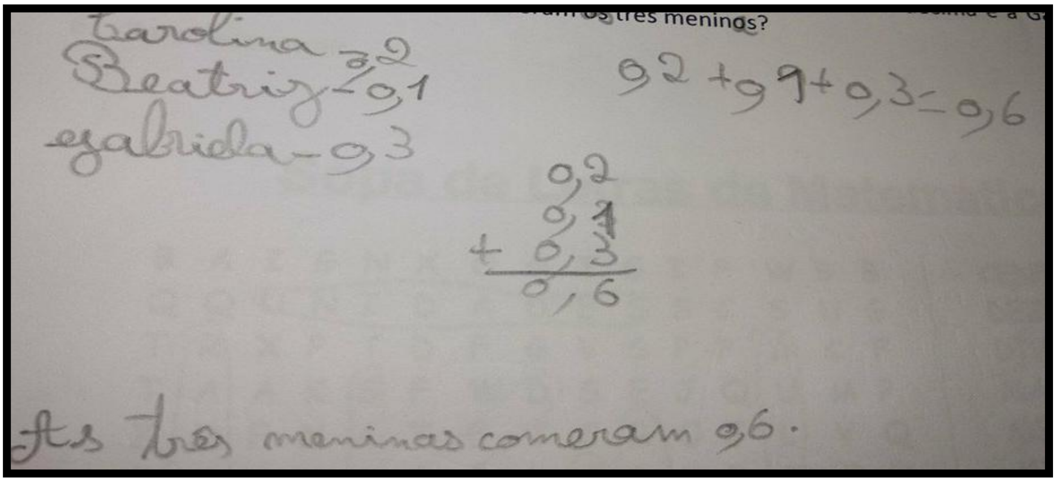


Figura 19 – Estratégia: operação adição: Resolução correta
Resolução do aluno A4

O aluno recorreu à adição para descobrir a quantidade de piza comida pelas três crianças.

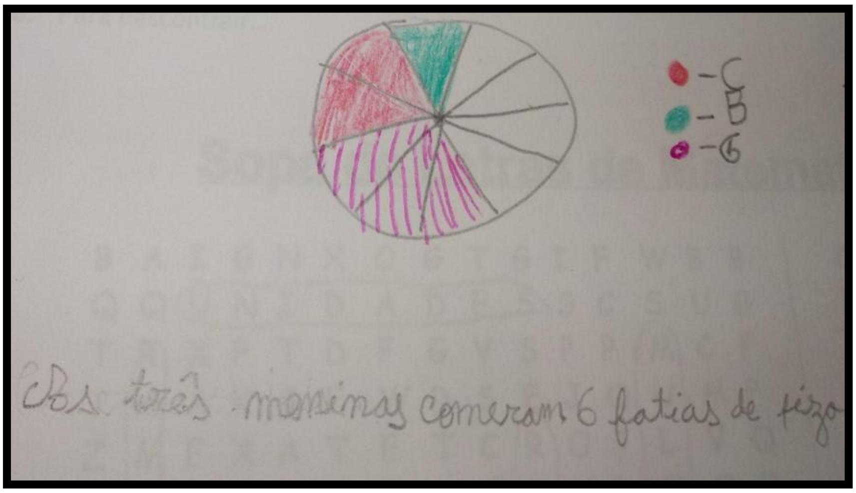


Figura 20 – Estratégia diagrama: Resolução correta
Resolução do aluno A10

O aluno recorreu ao desenho para perceber a quantidade comida pelas três crianças. Neste sentido, sabendo que 0,1 correspondia a 1/10, pintou uma das 10 fatias, na mesma linha de pensamento fez o mesmo para 0,2 e 0,3 pintando mais 5 fatias. No final contou as fatias pintadas obtendo a sua resposta.

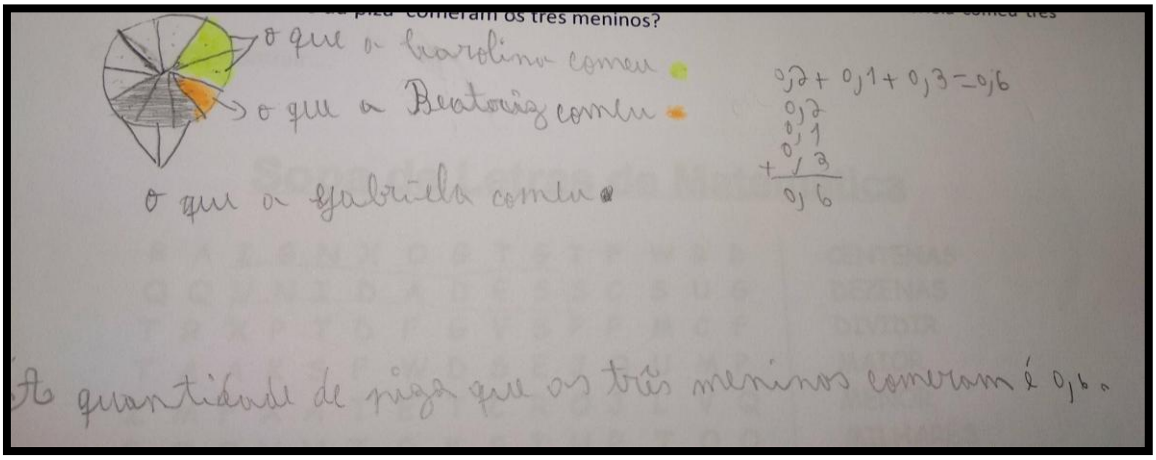


Figura 21 – Recurso às duas estratégias – diagrama e adição: Resolução correta
Resolução do aluno A21

O aluno recorreu ao diagrama para perceber a quantidade comida pelas três crianças. Neste sentido, sabendo que 0,1 correspondia a 1/10, pintou uma das 10 fatias, na mesma linha de pensamento fez o mesmo para 0,2 e 0,3 pintando mais 5 fatias. No final recorreu a adição das diversas dízimas obtendo a sua resposta.

Sete dos alunos recorreram às duas estratégias em conjunto (figura 21), sendo possível desta forma confirmar a veracidade da resposta.

As dificuldades observadas na resolução deste problema, alínea 1.3., foram ao nível da redação da resposta, por exemplo, o aluno A13 apresenta a estratégia (diagrama) correta e redige incorretamente a resposta (figura 22). Já o aluno A18, depois de ter compreendido o problema, delineou um plano (adição) e ao coloca-lo em prática não o executou da forma correta (figura 23). Relativamente à segunda dificuldade, a redação da reposta, está evidenciada pela resposta escrita apresentada (figura 23).

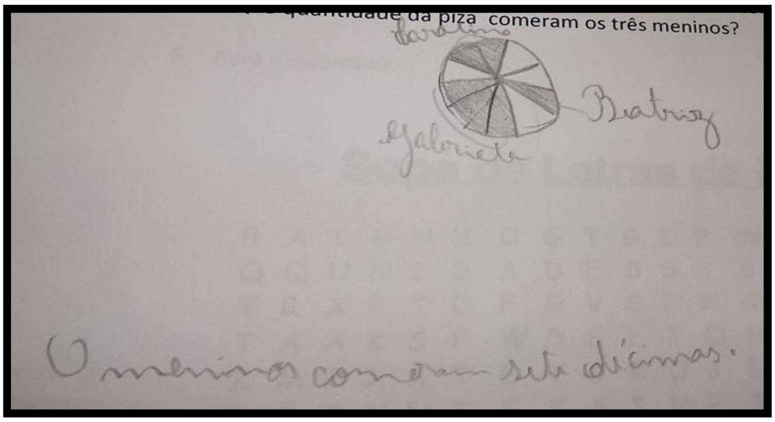


Figura 22 – Estratégia diagrama e adição: Resolução parcialmente correta
Resolução do aluno A13 - **Dificuldade numa etapa do procedimento**

Apesar de recorrer ao diagrama, o aluno pinta 3 décimas, considerando que as mesmas correspondem a 4 fatias.

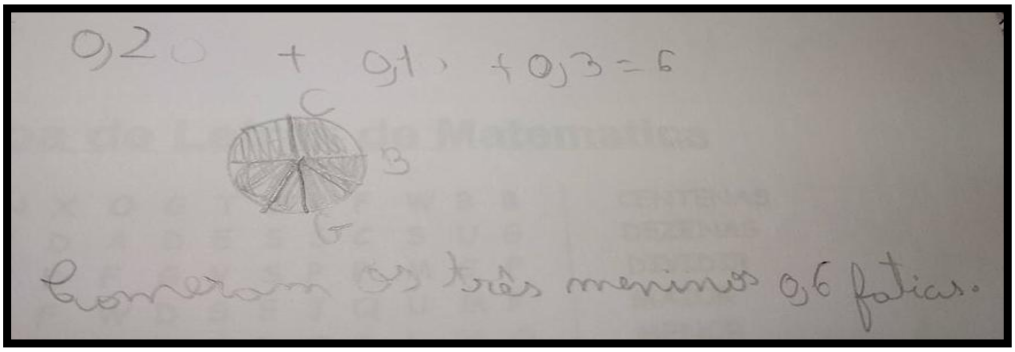


Figura 23 – Estratégia diagrama: Resolução incorreta
Resolução do aluno A22 - **Dificuldade numa etapa do procedimento**

Nesta resolução são visíveis duas lacunas. A primeira prende-se com o diagrama, uma vez que o aluno considera que o todo da piza são as fatias que as crianças comeram e a segunda verifica-se na adição, uma vez que a criança considera 0,2; 0,1; e 0,3 números inteiros, apresentado o resultado igual à soma de 2+1+3.

Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que apresentavam uma estratégia correta e uma resposta correta. Como resoluções parcialmente corretas consideraram-se as resoluções com a estratégia correta e resposta incorreta ou estratégia parcialmente correta e resposta correta. Relativamente às resoluções incorretas, foram consideradas todas as resoluções que apresentam a estratégia incorreta, que levou a uma resolução e respetiva solução incorreta. A alínea 1.2. do problema 2 foi resolvida por 24 alunos, sendo consideradas 22 respostas corretas, uma incorreta e outra parcialmente correta (tabela 20).

Tabela 20 – Avaliação da resolução

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
Nº de alunos	22	1	1

Alínea 1.4. do problema 2:

1.4. Que quantidade da piza sobrou?

Nesta alínea do problema, 21 alunos utilizaram a operação subtração (figura 24) para o resolverem e apenas dois recorreram ao diagrama (figura 25) para solucionarem o problema.

Tabela 21 – N.º de alunos por estratégia

Estratégias	Recurso à operação subtração	Recurso a diagrama
Nº de alunos	21	2

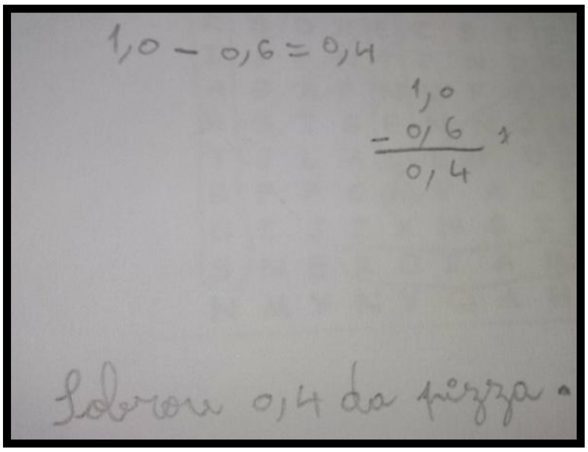


Figura 24 – Estratégia operação subtração: Resolução correta
Resolução do aluno A19

Nesta resolução o aluno recorre à subtração de números decimais, não demonstrando qualquer dificuldade na sua resolução.

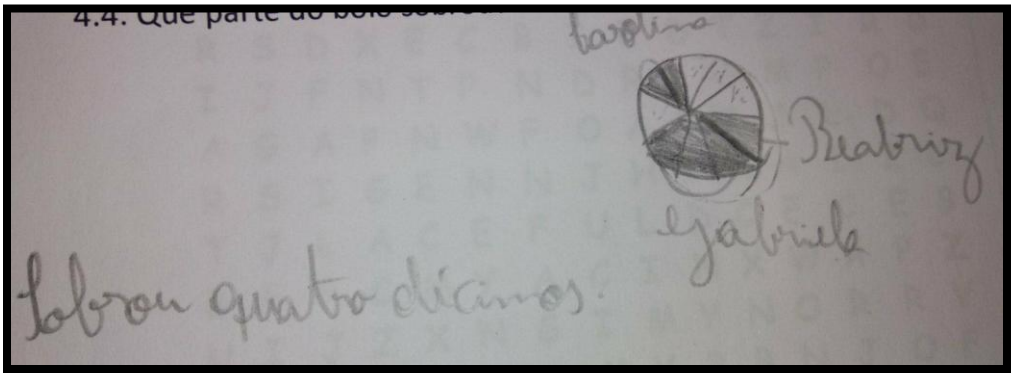


Figura 25 – Estratégia diagrama: Resolução correta
Resolução do aluno A23

Nesta resolução o aluno recorre ao diagrama, verificando após a pintura das fatias comidas que apenas 4 ficam por comer. Na sua resposta demonstra saber que 4 fatias de 10 correspondem a 4 décimas da piza**.**

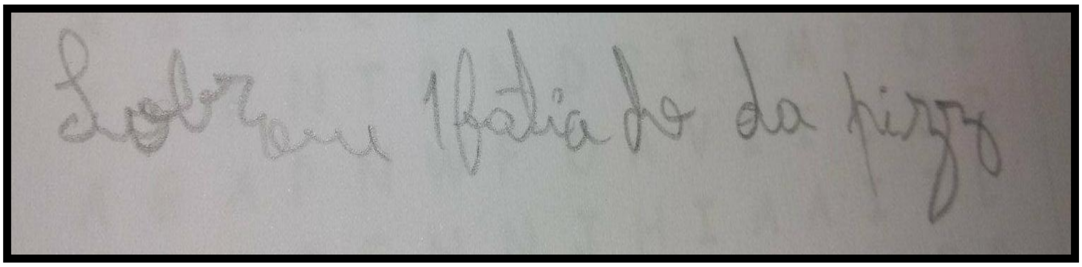


Figura 25 – Estratégia raciocínio: Resolução incorreta
Resolução do aluno A13: **Dificuldade por descobrimento do conteúdo**

O aluno não apresenta qualquer raciocínio, pelo que não se consegue perceber qual a sua dificuldade.

Os alunos não apresentaram quaisquer dificuldades na resolução deste problema, exceto o aluno A13 (figura 25). O mesmo não recorreu a qualquer estratégia, registando apenas a resposta, não se percebendo qual a sua dificuldade. Quando questionado:

- “Queres partilhar com pensaste? Como é que chegaste a este resultado?”. O aluno ficou em silêncio, enquanto os restantes, quando inquiridos:

- Que dificuldades sentiram nesta resolução?”

- “Nenhuma, era fácil!”

- “Só tínhamos que fazer as contas.”

Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que apresentavam uma estratégia que leve à solução do problema e uma resposta correta para o mesmo.

Como resoluções parcialmente corretas consideraram-se as resoluções com a estratégia correta e resposta incorreta ou estratégia parcialmente correta e resposta correta. Relativamente às resoluções incorretas, foram consideradas todas as resoluções que apresentam a estratégia incorreta, que levou a uma resolução e respetiva resposta incorreta.

A alínea 1.4. do problema 2 foi resolvida por 24 alunos, sendo consideradas 23 respostas corretas e uma incorreta (tabela 22).

Tabela 22 – Avaliação da resolução

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
Nº de alunos	23	0	1

Através da análise das resoluções de problemas dos alunos e considerando a tabela elaborada no capítulo anterior verifico que, na sua maioria os alunos conseguiram identificar as práticas envolvidas na resolução do problema, ou seja, conseguiram relacionar a parte do todo e o todo, identificando assim que o todo são dez fatias da piza e cada fatia é uma décima, assim como o que foi comido da piza ou o que sobrou, também é uma parte do todo. Ao analisar a resolução dos alunos e verificando a tabela preenchida por mim, verifico que o uso e a intencionalidade deste problema correspondem aos que os alunos resolveram. Relativamente aos procedimentos envolvidos no prolema, verifiquei que o previsto coincidiu com a resolução dos alunos.

Com o problema 2 foram trabalhados problemas de dois passos que, segundo Charles e Lester (1986), mencionados por Vale e Pimentel (2004), são os se resolvem com a aplicação direta de duas ou mais das quatro operações básicas da aritmética. Para Boavida et al. (2008) este problema pode ser intitulado de problema de cálculo, pois pode ser resolvido recorrendo à aplicação de uma ou mais operações básicas da aritmética. Neste âmbito é possível se distinguirem problemas de um passo ou mais passos.

As estratégias que os alunos poderiam usar neste problema são: utilizar um esquema/diagrama/tabela/gráfico; trabalhar do fim para o princípio; simular/simplificar o problema; reduzir a um problema mais simples. No entanto, os alunos recorreram maioritariamente ao diagrama na resolução deste problema, exceto na alínea 1.4, em que apenas dois alunos recorreram a essa estratégia. É de referir que, na alínea 1.2, alguns dos alunos (seis) não recorreram a nenhuma das estratégias previstas, recorrendo ao raciocínio (figura 17), verificando-se a capacidade do cálculo mental da turma. Na alínea 1.3. deste problema, sete dos alunos recorreram às duas estratégias previstas, sendo possível desta forma confirmarem a resolução.

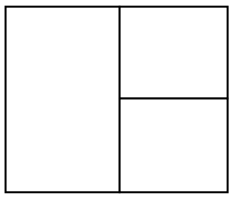
As dificuldades que os alunos poderiam ter, segundo Santomauro (2010) citado por Araújo (2015) eram: dificuldades para compreender o enunciado do problema, ou seja, dificuldade na compreensão e interpretação do enunciado; dificuldade numa etapa do procedimento; dificuldade por descobrimento do conteúdo; dificuldade conceitual das operações básicas. No problema 2 foram registadas duas dificuldades: dificuldade numa etapa do procedimento (figura 18, 22 e 23), em que as dificuldades aqui verificadas foram ao nível da resolução da resposta e a dificuldade por descobrimento do conteúdo (figura 25), em que nesta dificuldade o aluno não selecionou os dados nem a operação correta.

5.3. Problema 3

Problema 3

Relembrando o enunciado do problema 3:

A horta da avó da Mati é quadrada e tem 32 metros de perímetro. Está dividida em três canteiros, como se indica na figura.



Dois dos canteiros são iguais e têm a forma de um quadrado. O outro canteiro é retangular.

1.1. Calcula o perímetro do canteiro retangular.

1.2. Calcula a área do mesmo canteiro (retangular).

(Adaptado das miniolimpíadas 2015/2016)

Alínea 1.1. do problema 3:

1.1. Calcula o perímetro do canteiro retangular.

Nesta alínea foram usadas as duas estratégias esperadas, no entanto e como previsto, a estratégia divisão/adição (figura 26) foi a mais utilizada (tabela 23). Apenas um aluno recorreu à segunda estratégia (figura 27), contudo o mesmo aluno também apresentou a outra estratégia possível, expondo assim duas formas diferentes da resolução do problema (figura 27).

Tabela 23 – N.º de alunos por estratégia

Estratégias	Recurso às operações divisão/adição	Recurso às operações multiplicação/divisão/adição
Nº de alunos	23	1

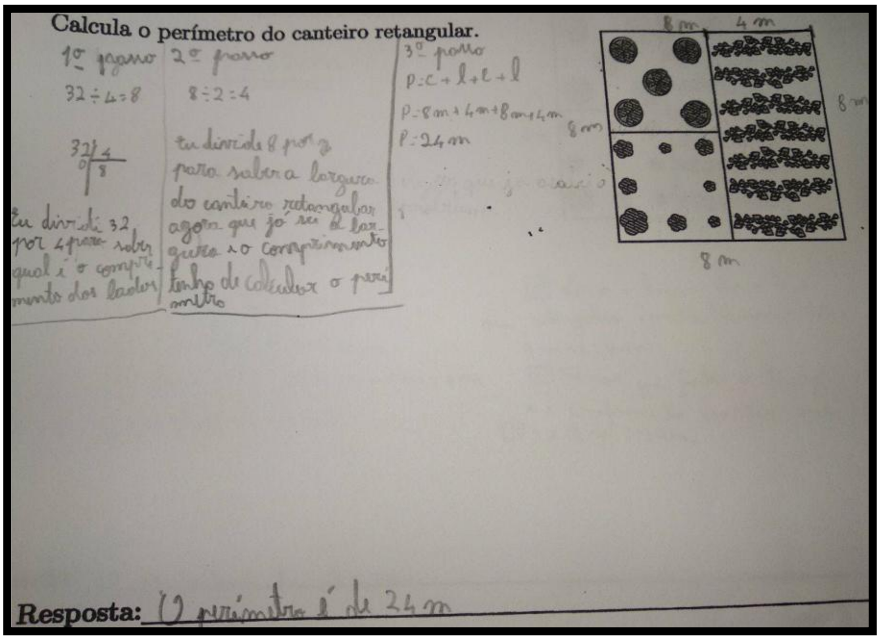


Figura 26 – Estratégia operação divisão/adição: Resolução correta
Resolução do aluno A3

O aluno evidencia saber como determinar o lado de um quadrado ao dividir o perímetro do quadrado maior por 4. Depois percebe que o lado menor do retângulo é metade do lado do quadrado maior e recorre à divisão por 2. Por último recorre à soma para calcular o perímetro do retângulo.

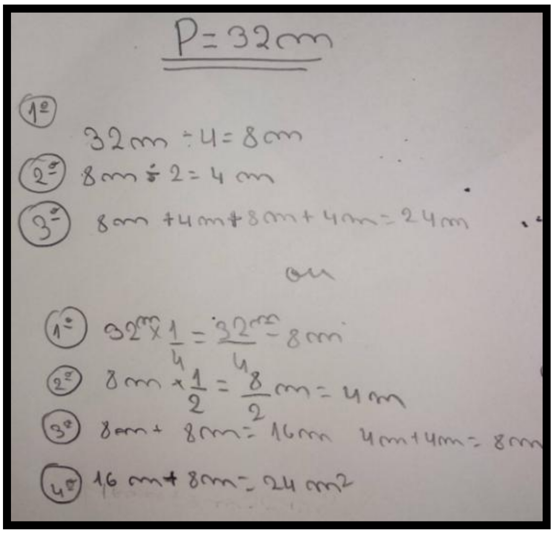


Figura 27 – Estratégia operações multiplicação/divisão/soma: Resolução correta
Resolução do aluno A1

O aluno demonstra saber o conceito de perímetro ao dividir o perímetro do quadrado maior por 4. Depois percebe que o lado menor do retângulo é metade do lado do quadrado maior e recorre à divisão por 2. Por último recorre à adição para calcular o perímetro do retângulo.

Na segunda resolução, o aluno percebe que a medida do lado do quadrado maior é ¼ do perímetro. Depois percebe que o lado menor do retângulo é metade do lado do quadrado maior e calcula a metade desse lado. Por último, adiciona os lados iguais e por fim adiciona os dois resultados, obtendo o perímetro.

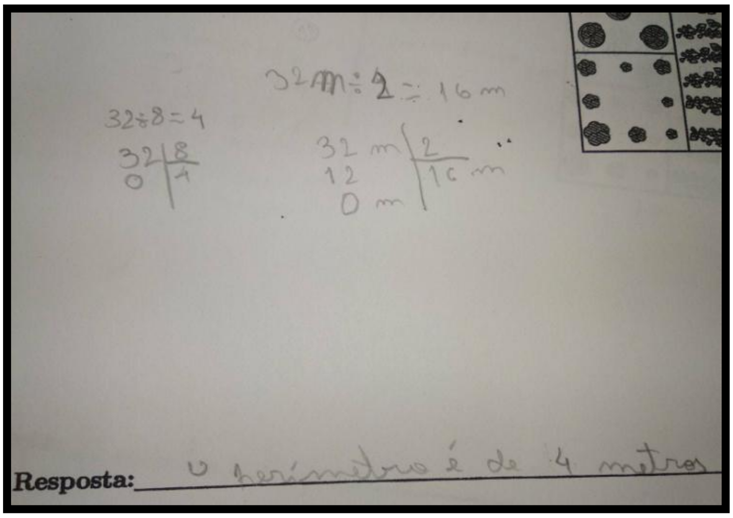


Figura 28 – Estratégia operação divisão/soma: Resolução incorreta
Resolução do aluno A13: **dificuldades por descobrimento do conteúdo**

O aluno demonstra saber o conceito de perímetro ao dividir os 32m:4, no entanto também divide o perímetro da horta (32m) por 2, supondo-se que o objetivo desta operação é calcular o perímetro dos canteiros retangulares, o que não acontece de forma correta.

Neste problema (alínea 1.1.) verificou-se a dificuldade de compreensão do problema. Por exemplo, o aluno A13 começou por delinear um plano correto ao pensar na divisão, no entanto ao coloca-lo em prática não o fez corretamente, demonstrando assim incompreensão no problema (figura 28). Quando questionado:

- Porque é que dividiste o perímetro da horta (32m) por 8?”

- “Dividi o perímetro da horta (32m) por todos os lados dos canteiros”. Respetivamente ao 2º passo, o aluno explicou que:

- “Dividi os 32m por dois, porque a horta está dividida a meio”.

Através desta observação da resposta escrita e oral do aluno, foi possível verificar a sua dificuldade na compreensão e interpretação do problema.

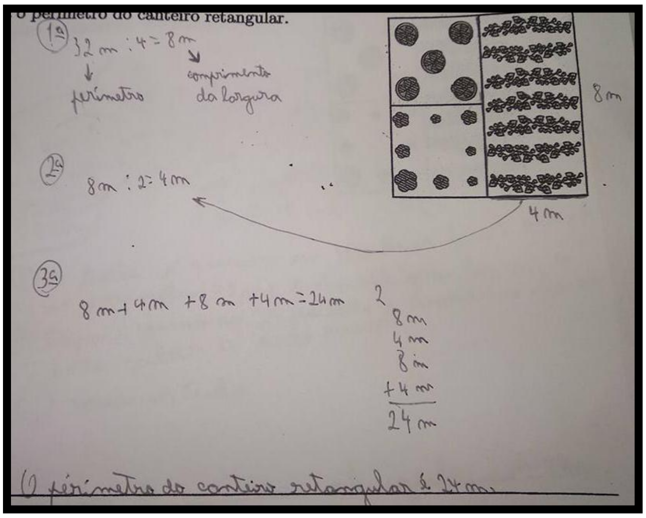


Figura 29 – Estratégia operação divisão/soma : Resolução correta
Resolução do aluno A9

O aluno demonstra saber o conceito de perímetro ao dividir o perímetro do quadrado maior por 4. Depois percebe que o lado menor do retângulo é metade do lado do quadrado maior e recorre à divisão por 2. Por último recorre à soma para calcular o perímetro do retângulo.

No decorrer da resolução deste problema, deparei-me com alunos que resolviam o mesmo corretamente, recorrendo às respetivas operações [(divisão/adição), (figura 29)], solicitei que explicassem o porquê daquela resolução, ao que o aluno A9 respondeu:

- "A horta é quadrada, então temos que ir ao perímetro (32m) e dividimo-lo em 4. Depois, vamos ao resultado e dividimo-lo em 2 para saber o lado menor e depois somamos tudo."

Foi possível perceber que os alunos tinham compreendido o enunciado do problema.

Tendo em conta a observação dos registos escritos dos alunos e conversas com os mesmos, foi possível verificar que dos 24 alunos que usaram as operações para resolver o problema, apenas um não compreendeu o mesmo.

Como resoluções corretas foram consideradas aquelas que continham a estratégia, solução e resposta corretas. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com a estratégia correta e resposta incorreta. Relativamente às resoluções incorretas, foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução e respetiva solução incorreta.

A alínea 1.1. do problema 3 foi resolvida por 24 alunos, sendo registadas 23 respostas corretas e apenas uma incorreta (tabela 24).

Tabela 24 – Avaliação da resolução

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
Nº de alunos	23	0	1

Alínea 1.2. do problema 3:

1.2. Calcula a área do canteiro retangular.

Na alínea 1.2. do problema 3, toda a turma recorreu à única estratégia possível apresentada no capítulo anterior (tabela 25), apesar de alguns alunos não a terem utilizado da forma mais correta, por incompreensão do enunciado.

Tabela 25 – N.º de alunos por estratégia

Estratégias	Recurso à operação multiplicação
Nº de alunos	24

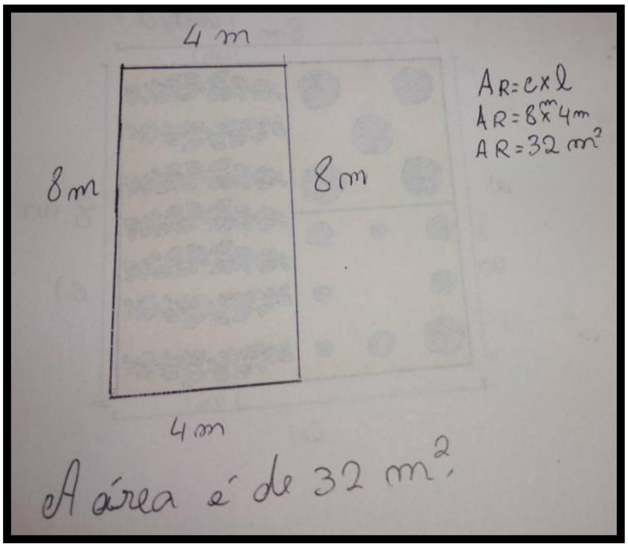


Figura 30 – Estratégia operação multiplicação: Resolução correta
Resolução do aluno A18

O aluno demonstra saber o conceito de área ao realizar a multiplicação do comprimento de um lado pelo comprimento do outro lado.

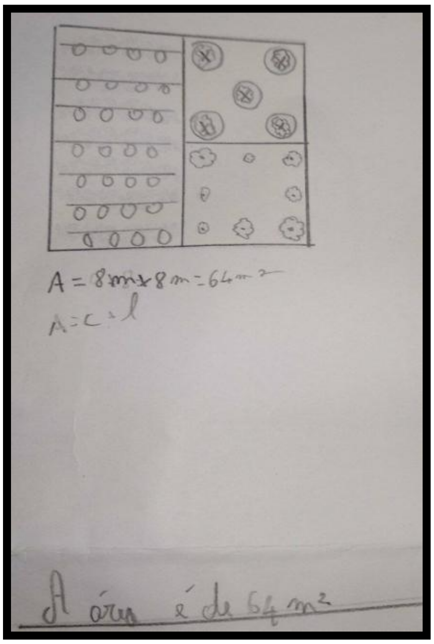


Figura 31 – Estratégia operação multiplicação: Resolução parcialmente correta
Resolução do aluno A21: Dificuldade para compreender o enunciado do problema

O aluno demonstra saber determinar a área de um retângulo ao realizar a multiplicação do comprimento de um lado pelo comprimento do outro lado. Contudo, erra por considerar que o lado menor também mede 8m.

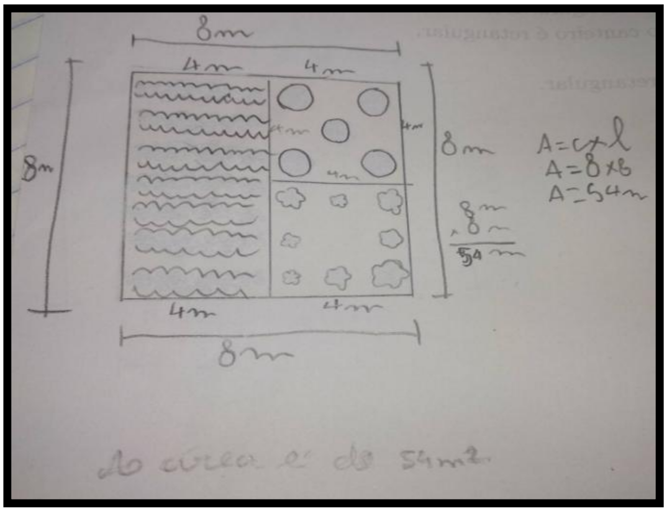


Figura 32 – Estratégia operação multiplicação: Resolução parcialmente correta
Resolução do aluno A14: **Dificuldade para compreender o enunciado do problema**

O aluno calculou a área do quadrado em vez de calcular a área do retângulo, o que era solicitado.

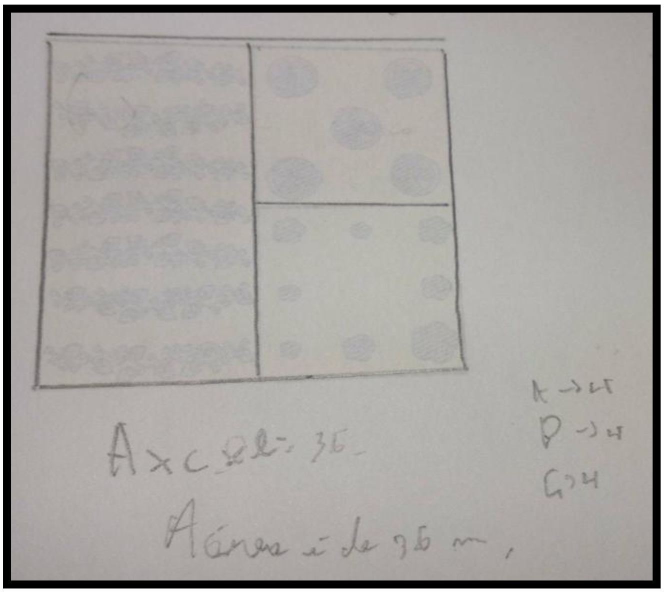


Figura 33 – Estratégia operação multiplicação: Resolução parcialmente correta
Resolução do aluno A15: **Dificuldade para compreender o enunciado do problema**

Nesta resolução verifica-se que o aluno não sabe calcular a área do quadrado considerando que a área se calcula multiplicando o comprimento, pela largura e possivelmente pela altura, definida por um A na fórmula escrita por ele, errando o cálculo da multiplicação**.**

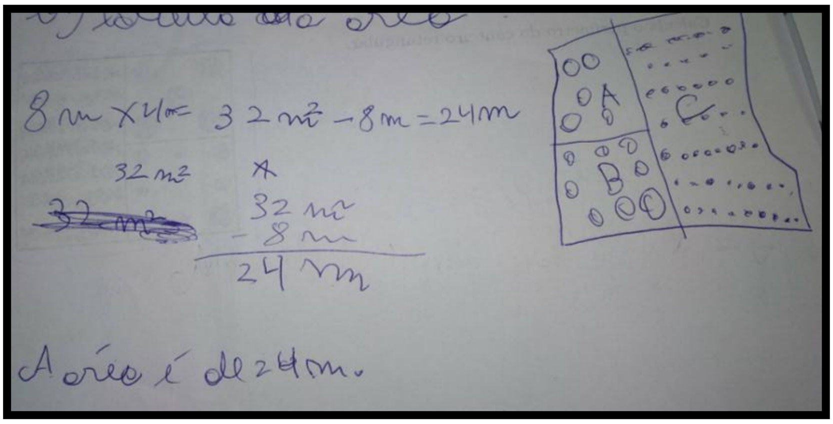


Figura 34 – Estratégia multiplicação: Resolução incorreta
Resolução do aluno A8: **Dificuldade para compreender o enunciado do problema**

O aluno começa por calcular corretamente a área multiplicando o comprimento do lado menor pelo do lado maior. Contudo, erra porque considera que a esse valor terá que tirar o comprimento do lado maior.

Apesar de todos os alunos terem recorrido à estratégia apresentada, nem todos a executam da forma correta. Por exemplo, o aluno A21 (figura 31) e A14 (figura 32), compreenderam o problema e aplicaram a estratégia certa. Contudo, a dificuldade verificada deve-se à interpretação do enunciado do problema, dado que calcularam a área total da horta, em vez de calcularem a área do canteiro retangular, conforme era solicitado. O aluno A14, também demonstrou dificuldade no cálculo da multiplicação (figura 32 e 33). Desta forma, não foi possível chegar à solução correta.

Outras dificuldades verificadas são a compreensão e interpretação do problema (figura 33 e 34), assim como a matéria lecionada, pois verifica-se que a mesma não foi bem compreendida (figura 34). Depois do problema resolvido, quando questionados como se calcula a área, o aluno A8 respondeu

- "Como esta área um retângulo é 8m x 4m". - Sendo questionados de seguida:

- "Que medidas são essas, os 8m e os 4m?". – Tendo o aluno A8 respondido:

- "É o comprimento e a largura".

Com estas respostas, foi possível compreender que este aluno compreendeu a matéria, apesar de não o ter demonstrado no registo escrito, dado que depois de ter efetuado o cálculo correto, subtraiu 8m (medida de um dos lados) à solução do problema.

Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que apresentavam uma estratégia correta e uma resposta correta e como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com a estratégia correta e resposta incorreta. Respetivamente às resoluções incorretas, foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução e respetiva solução incorreta.

A alínea 1.2. do problema 3 foi resolvida por 24 alunos, sendo consideradas 17 respostas corretas, 4 incorretas e 3 parcialmente corretas (tabela 26).

Tabela 26 – Avaliação da resolução

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
Nº de alunos	17	3	4

Através da análise das resoluções de problemas dos alunos e considerando a tabela elaborada no capítulo anterior verifico que, na sua maioria os alunos conseguiram identificar as práticas envolvidas na resolução do problema, ou seja, depois da análise das resoluções, verifiquei que os alunos nas suas seguiram uma sequência, correspondendo esta à sequência que elaborei (tabela 8), de forma a me auxiliar na resolução do problema. Analisei que, a turma no geral tem os conceitos aprendidos referentes a este problema, revelando-se isso mesmo através dos procedimentos utilizados pelos alunos.

Com este problema trabalhei os problemas de conteúdo. De acordo com os autores GIRP, mencionados por Vale e Pimentel (2004), neste tipo de problemas é necessário a "[…] utilização de conteúdo programáticos, conceitos, definições e técnicas matemáticas" (Vale e Pimentel, 2004, p. 19).

As estratégias que os alunos poderiam ter utilizado neste problema são as seguintes: trabalhar do fim para o princípio; simular/simplificar o problema; descobrir uma regularidade/regra; reduzir a um problema mais simples. No entanto, as estratégias utilizadas corresponderam às previstas destacando-se na primeira alínea estratégia divisão/adição. Na alínea 1.2. deste problema, todos os alunos recorreram à estratégia prevista, apesar de nem todos a aplicarem da forma correta, por não selecionarem os dados corretos.

As dificuldades que os alunos poderiam ter, segundo Santomauro (2010) citado por Araújo (2015) eram as seguintes: dificuldades em compreender o enunciado do problema, ou seja, dificuldades na interpretação/compreensão do enunciado dos problemas; dificuldade numa etapa do procedimento. Foram assinaladas como dificuldades neste problema, a dificuldade por descobrimento do conteúdo, em que alguns dos alunos nas suas resoluções demonstram não saber alguns conceitos, como por exemplo, o da área e perímetro, e a dificuldade para compreender o enunciado do problema em que esta dificuldade está associada à interpretação do problema, isto é, os alunos evidenciam dificuldade em compreender e interpretar o enunciado do problema.

5.4. Problema 4

Problema 4

Relembrando o enunciado do problema 4:

A Rita fez anos e recebeu as seguintes prendas:

- Umas calças pretas e outras brancas.
- Uma camisa azul, uma vermelha e outra castanha.

Pensa bem, e explica da maneira que preferires os diferentes conjuntos de roupa que a Ritinha pode formar.

Na análise deste problema, os alunos das quatro estratégias previstas apresentadas no capítulo anterior recorreram a três delas (tabela 27), recurso a tabela (figura 35), diagrama (figura 36) e operações (figura 37), sendo uma delas utilizada apenas por três alunos.

Tabela 27 – N.º de alunos por estratégia

Estratégias	Recurso à Tabela	Recurso ao diagrama da árvore	Recurso ao diagrama	Recurso à operação multiplicação
Nº de alunos	8	3	0	13

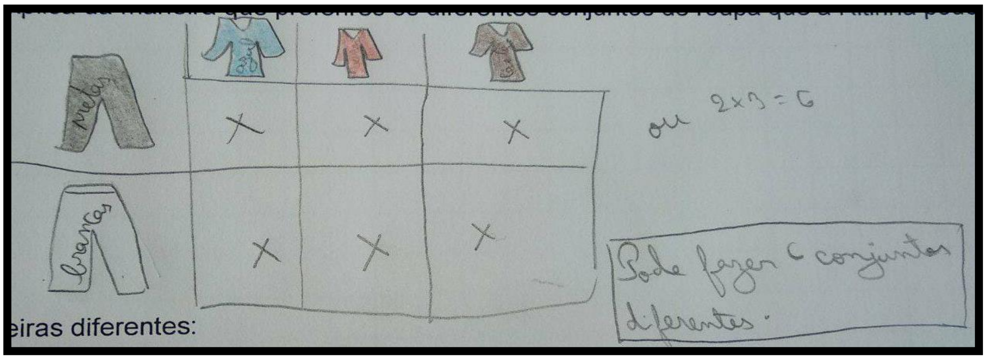


Figura 35 – Estratégia tabela: Resolução correta
Resolução do aluno A9

O aluno recorreu a uma tabela onde de um lado colocou as calças e por cima as camisas, depois através de um X identificou os conjuntos, concluindo que podia ter 6 conjuntos. Recorrendo à multiplicação, o aluno multiplicou o número de calças pelo número de camisolas, confirmando o resultado anteriormente obtido.

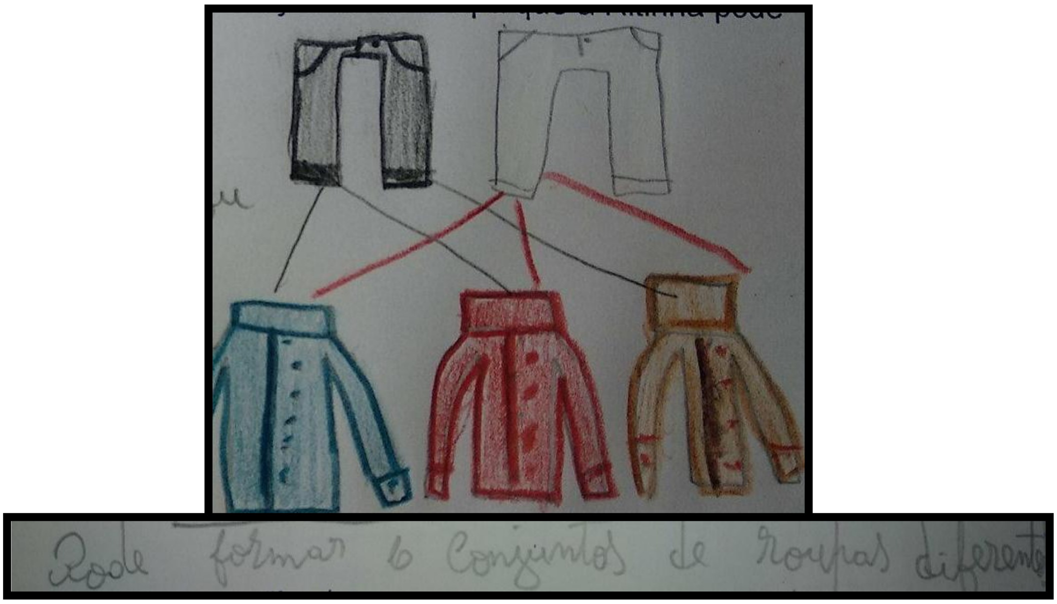


Figura 36 – Estratégia diagrama da árvore: Resolução correta
Resolução do aluno A1

Recorrendo ao desenho o aluno ligou cada uma das calças a cada camisola, obtendo assim os 6 conjuntos de roupa.

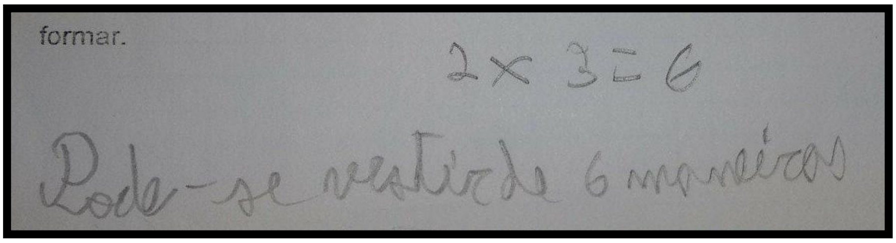


Figura 37– Estratégia multiplicação: Resolução correta
Resolução do aluno A23

O aluno recorreu à multiplicação para obter o número de conjuntos, para isso multiplicou o número de calças pelo número de camisolas.

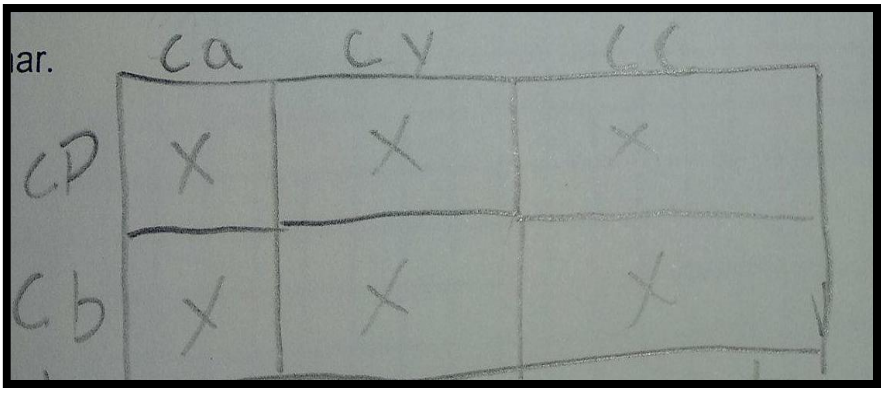


Figura 38 – Estratégia tabela: Resolução parcialmente correta
Resolução do aluno A5: **Dificuldade numa etapa do procedimento**

O aluno recorreu a uma tabela onde de um lado colocou as calças e por cima as camisolas, depois através de um X identificou os conjuntos, concluindo que podia ter 6 conjuntos, no entanto não registou a resposta.

Foi possível observar que as dúvidas neste problema foram quanto à interpretação do enunciado, dado que, existiram perguntas como:

- "Tenho que fazer de todas as maneiras?", ou:

- "Aqui não diz qual a maneira que devo fazer", ao que respondi:

- "Vocês devem pensar numa estratégia e "executa-la" de forma a responderem ao problema corretamente e se pensarem em mais do que uma estratégia então façam a que achem mais apropriada."

A dificuldade que se verificou na resolução deste problema foi a ausência da resposta, uma vez que o problema foi solucionado corretamente, mas a resposta não foi registada (figura 38).

Como resoluções corretas foram consideradas aquelas que continham a estratégia, solução e resposta corretas. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com a estratégia correta e ausência de resposta. Relativamente às resoluções incorretas, foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução e respetiva solução incorreta.

O problema 4 foi resolvido por 24 alunos, sendo registadas 23 respostas corretas e apenas uma parcialmente corretas (tabela 28).

Tabela 28 – Avaliação da resolução

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
Nº de alunos	23	1	0

Através da análise das resoluções de problemas dos alunos e considerando a tabela elaborada no capítulo anterior verifico que, todos os alunos conseguiram identificar as práticas envolvidas na resolução do problema, ou seja, ao nível da sequência de atividades elementares para resolver o problema, os alunos identificaram as diferentes combinações de peças (calças e camisas), identificando consequentemente o número total dos conjuntos. Foi possível constatar que os conceitos inerentes a este problema estavam compreendidos pelos alunos, assim como identificaram e aplicaram os procedimentos a utilizar.

Relativamente ao meu tema, este problema proporcionou trabalhar os problemas de processo, em que, de acordo com Charles e Lester (1986), mencionados por Vale e Pimentel (2004), são os que só podem ser solucionados com a aplicação de uma ou mais estratégias de resolução e que não utilizam processos mecanizados ou estandardizados. Para o Projeto GIRP, os problemas de processo, geralmente, não se resolvem com a aplicação direta de um algoritmo. É preciso a aplicação de uma estratégia de resolução de problemas, como por exemplo, encontrar um padrão, trabalhar do fim para o princípio, fazer um esquema, etc. Já para Boavida et al. (2008) este tipo de problemas diz respeito a contextos considerados difíceis, podendo ser usados "[…] para desenvolver diferentes capacidades, para introduzir diferentes conceitos ou para aplicar conhecimentos e procedimentos matemáticos anteriormente apreendidos." (p.19).

Estes problemas podem usar as seguintes estratégias: utilizar um esquema/diagrama/tabela/gráfico; simular/simplificar o problema; organizar uma sequência de passos, tentativa erro, reduzir a um problema mais simples; fazer eliminação. No entanto, os alunos recorreram à tabela, diagrama da árvore e à operação multiplicação, destacando-se esta última.

Poderiam ser detetadas as seguintes dificuldades, segundo Santomauro (2010) citado por Araújo (2015): dificuldades para compreender o enunciado do problema, ou seja, dificuldades na interpretação e compreensão do enunciado dos problemas; dificuldade numa etapa do procedimento; dificuldades por descoberta do conteúdo e a dificuldade concetualização das operações básicas. Além deste problema ter sido de grande interesse e entusiasmo para os alunos, os mesmos não evidenciaram dificuldades.

5.5. Problema 5

Problema 5

Relembrando o enunciado do problema 5:

A Mati dobrou uma cartolina quadrada
pelas linhas indicadas a tracejado na figura.
Formou 4 quadrados iguais com 80 cm de perímetro cada um.
Calcula o perímetro da cartolina.
(Adaptado das miniolimpíadas 2011/2012

No problema 5, os alunos utilizaram as duas estratégias previstas, no entanto, a estratégia divisão/multiplicação (figura 39) foi a mais utilizada (tabela 29). Por má interpretação do problema, oito alunos recorreram apenas à multiplicação (figura 41) e três à adição (figura 42).

Tabela 29 – N.º de alunos por estratégia

Estratégias	Recurso às operações divisão/multiplicação	Recurso às operações divisão/adição
Nº de alunos	9	4

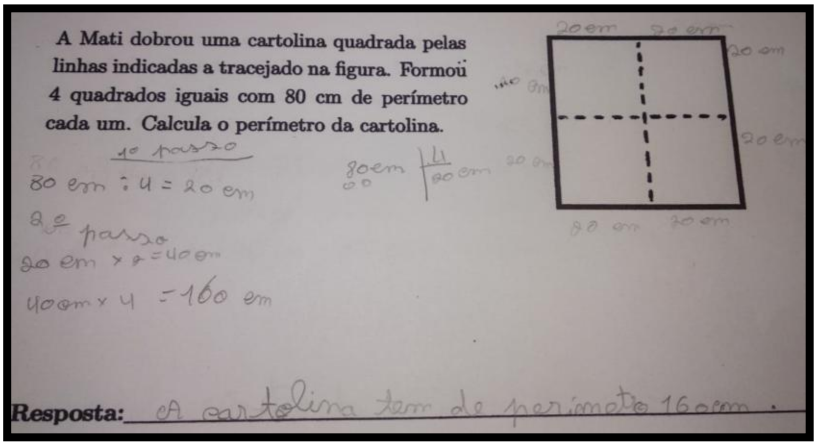


Figura 39 - Estratégia operação divisão/multiplicação: Resolução correta
Resolução do aluno A10

O aluno começou por dividir o perímetro do quadrado pequeno por 4 demonstrando saber que o perímetro do quadrado é a soma dos 4 lados. Com esta operação o aluno obteve o comprimento do lado dos quadrados pequenos. Seguidamente o aluno multiplica o valor obtido por dois para saber o comprimento da cartolina, uma vez que é o dobro do lado do quadrado pequeno. Por último, o aluno calcula o perímetro da cartolina multiplicando o comprimento do lado da cartolina por 4 uma vez que, o perímetro é a soma dos 4 lados.

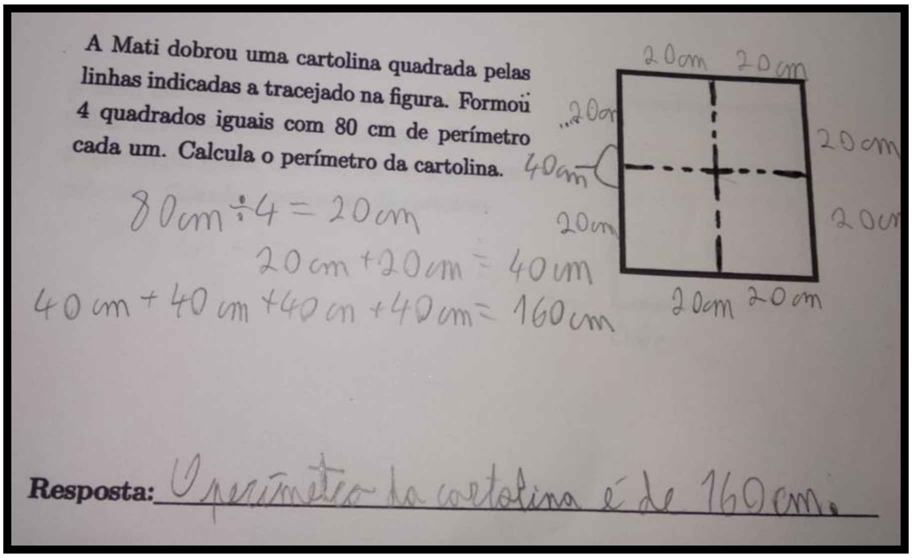


Figura 40 – Estratégia operações divisão/adição: Resolução correta
Resolução do aluno A20

O aluno começou por dividir o perímetro do quadrado pequeno por 4 demonstrando saber que o perímetro do quadrado é a soma dos 4 lados. Com esta operação o aluno obteve o comprimento do lado dos quadrados pequenos. Seguidamente o aluno adiciona o valor obtido duas vezes para saber o comprimento da cartolina, uma vez que é o dobro do lado do quadrado pequeno. Por último, o aluno calcula o perímetro da cartolina adicionando os 4 lados.

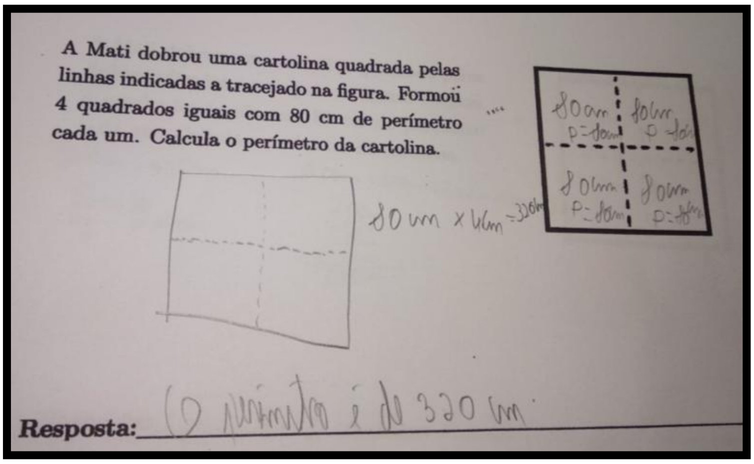


Figura 41 – Estratégia operação multiplicação: Resolução incorreta
Resolução do aluno A24: **Dificuldade para compreender o enunciado do problema**.

O aluno demonstra alguma dificuldade no conceito de perímetro, uma vez que o aluno considera que o valor do perímetro corresponde ao comprimento do quadrado, daí que multiplique os 80cm por 4.

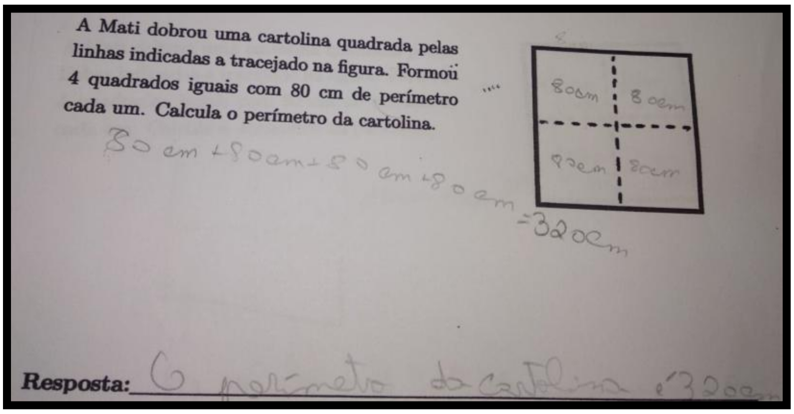


Figura 42 – Estratégia operação adição: Resolução incorreta
Resolução do aluno A9: **Dificuldade para compreender o enunciado do problema.**

O aluno demonstra alguma dificuldade no conceito de perímetro, uma vez que o aluno considera que o valor do perímetro corresponde ao comprimento do quadrado, daí que some os 80cm 4 vezes.

Tendo em conta a observação dos registos dos alunos, foi possível verificar que praticamente todos os alunos recorreram às estratégias corretas, apesar de alguns terem demonstrado dificuldade na compreensão e interpretação do enunciado. Isto, porque nove dos alunos limitaram-se a adicionar os perímetros de todos os quadrados [(cartolina dividida em quatro), (figura 42 e 43)]. Mas, de cada quadrado pequeno apenas as medidas de dois lados fazem parte do perímetro do quadrado grande (cartolina). Os alunos ao resolveram desta forma, contaram os lados que fazem a divisão da cartolina (quadrado grande), logo tiveram a medida do comprimento de 4 lados que não fazem parte do perímetro da cartolina (quadrado grande), uma vez que o perímetro é o comprimento do contorno da figura.

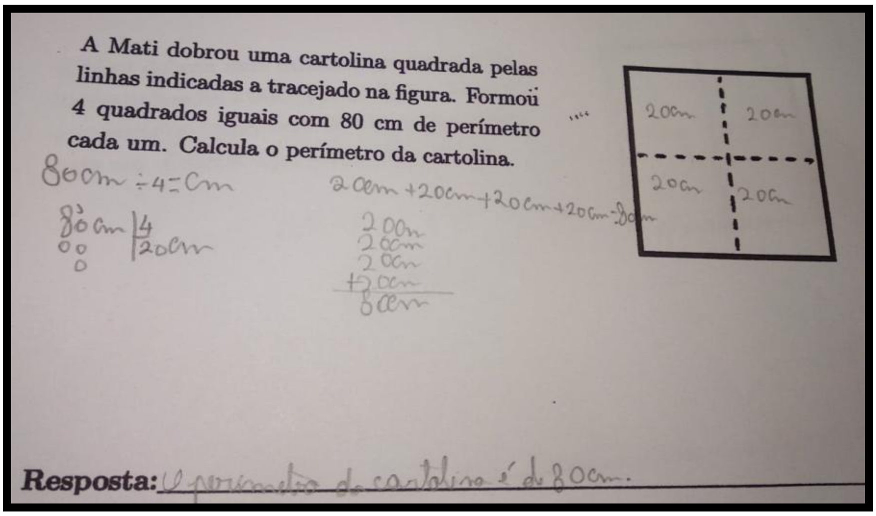


Figura 43 – Estratégia operações divisão/adição: Resolução incorreta
Resolução do aluno A7: **Dificuldade por descobrimento do conteúdo**

O aluno erra o problema, porque divide o perímetro do quadrado pequeno pelos 4 quadrados, daí considerar que cada lado do quadrado pequeno mede 20 cm.

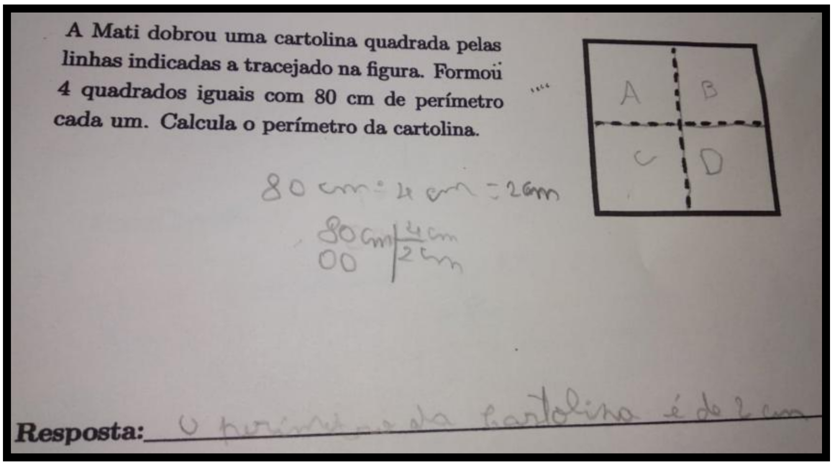


Figura 44 – Estratégia divisão: Resolução incorreta
Resolução do aluno A13: **Dificuldade por descobrimento do conteúdo**

O aluno erra o problema porque divide o perímetro do quadrado pequeno pelos 4 quadrados, considerando que assim obtém o perímetro do quadrado pequeno, o que revela não saber o conceito de perímetro.

Outra dificuldade encontrada foi a dificuldade por descobrimento do conteúdo, em que o aluno A7 (figura 43) recorreu à divisão do perímetro do quadrado pequeno (cartolina dobrada em quatro) por 4 (80cm:4), ou seja, chegando assim à medida de cada um dos lados dos quadrados pequenos. Depois, adicionou a medida “encontrada” a uma resolução/informação do enunciado. Já o aluno A13, calculou a medida dos lados do quadrado pequeno (cartolina dobrada em quatro), quando deveria ter calculado a medida dos lados da cartolina (quadrado grande). Também, o mesmo aluno na execução da operação da divisão, efetuou de forma errada a operação (figura 44).

Como resoluções corretas foram consideradas aquelas que continham a estratégia, solução e resposta corretas. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com a estratégia correta e resposta incorreta. Relativamente às resoluções incorretas, foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução e respetiva solução incorreta.

O problema 5 foi resolvido por 24 alunos, sendo registadas 13 respostas corretas e onze incorretas (tabela 31).

Tabela 31 – Avaliação da resolução

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
Nº de alunos	13	0	11

Através da análise das resoluções de problemas dos alunos e considerando a tabela elaborada no capítulo anterior verifico que alguns dos compreenderam as práticas envolvidas na resolução do problema, ou seja, ao nível da sequência de atividades elementares para resolver o problema, os alunos identificaram a relação entre o perímetro de cada quadrado e o perímetro da cartolina, calculando posteriormente o perímetro da cartolina. Relativamente aos conceitos e procedimentos envolvidos na resolução do problema, alguns alunos demonstraram dificuldade no conceito de perímetro nas suas resoluções, conforme mencionado na resolução da figura 41 e 42. Por outro lado, constatou-se que outros alunos identificaram e aplicaram os procedimentos a utilizar, assim como tinham os conceitos inerentes a este problema compreendidos.

Com o problema 5 trabalhei os problemas de cálculo, que segundo Boavida et. al. (2008), resolvem-se recorrendo à aplicação de uma ou mais operações básicas. Neste contexto, é possível distinguirem-se problemas de um passo ou mais passos.

Citados por Vale e Pimentel (2004), para Charles e Lester (1986), este tipo de problemas são os de dois ou mais passos, ou seja, são os problemas que para serem resolvidos precisam da aplicação direta de duas ou mais operações.

As estratégias que os alunos poderiam ter utilizado neste problema são as seguintes: criar um problema equivalente; procurar um problema análogo, mas mais simples; organizar uma sequência de passos; simular / simplificar o problema. No entanto, os alunos recorreram às operações, utilizando assim as duas estratégias previstas no capítulo anterior, sobressaindo estratégia divisão/multiplicação.

As dificuldades que os alunos poderiam ter, segundo Santomauro (2010) citado por Araújo (2015) eram as seguintes: dificuldade para compreender o enunciado do problema, ou seja, dificuldade na interpretação e compreensão do enunciado; dificuldade numa etapa do procedimento, em que a interpretação, os dados e a operação estão corretos, mas pode existir um engano no processo ou nas fases do algoritmo; dificuldade conceitual das operações básicas, ou seja, apesar dos alunos compreendem o enunciado, não sabem qual a operação matemática mais adequada para a resolução do problema; e, a dificuldade por descoberta do conteúdo, em que o aluno não seleciona os dados corretos nem a operação apropriada.

Foram assinaladas como dificuldades neste problema, a dificuldade para compreender o enunciado do problema, em que o aluno demonstra não compreender e interpretar o enunciado do problema, e a dificuldade por descobrimento do conteúdo, (figura 43 e 44), em que os alunos nas suas resoluções demonstram alguma dificuldade no conceito de perímetro.

5.6. Problema 6

Problema 6

Relembrando o enunciado do problema 6:

Depois de uma troca de cromos com os amigos, o Afonso ficou com 360.
Desses 360 deu $\frac{1}{6}$ ao irmão. Dos restantes $\frac{1}{3}$ foram para o primo.
Com quantos cromos ficou o Afonso?

Neste problema, os alunos utilizaram as duas estratégias previstas, não se verificando preferência por nenhuma das duas, pois os alunos recorreram a ambas de forma igual.

Tabela 32 – N.º de alunos por estratégia

Estratégias	Recurso à operação multiplicação/subtração	Recurso à operação divisão/subtração
Nº de alunos	12	12

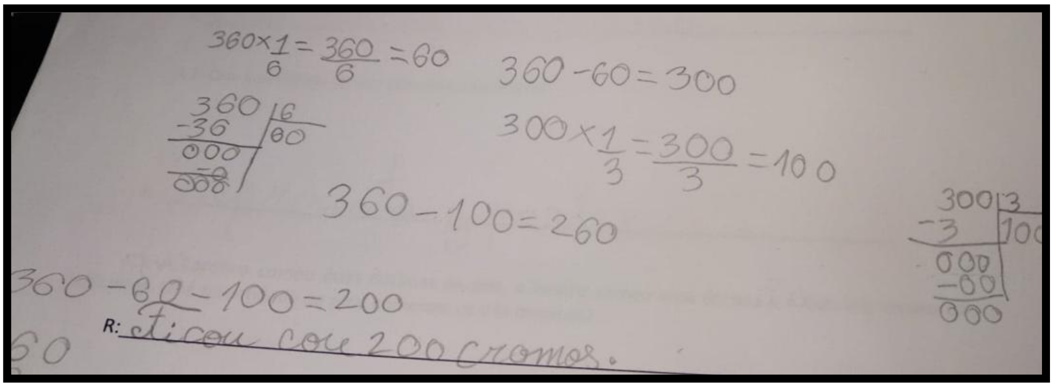


Figura 45 – Estratégia operação divisão/subtração: Resolução correta
Resolução do aluno A8

O aluno começa por encontrar a sexta parte dos cromos, retirando depois esse valor ao total de cromos para saber quantos sobraram. Seguidamente calcula a terça parte dos cromos que restam e no final retira a quantidade relativa às partes de cromos dados para saber com quantos cromos ainda ficou o Afonso.

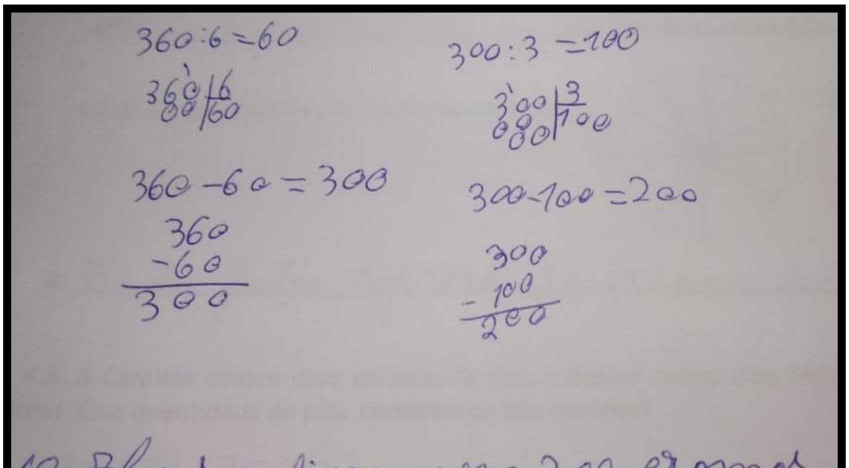


Figura 46 – Estratégia operação divisão/subtração: Resolução correta
Resolução do aluno A21

O aluno começa por calcular a sexta parte dos cromos, retirando depois esse valor ao total de cromos para saber quantos sobraram. Seguidamente calcula a terça parte dos cromos que restam e no final retira a terça parte de cromos aos 300 que ainda lhe sobraram.

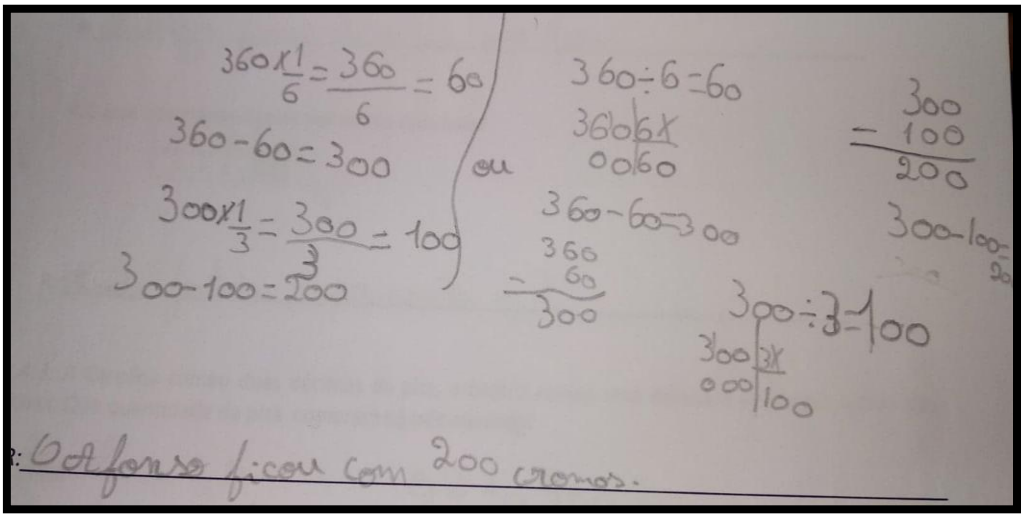


Figura 47 – Estratégia operação multiplicação subtração e divisão/subtração: Resolução correta
Resolução do aluno A2

O aluno começa por calcular a sexta parte dos cromos, retirando depois esse valor ao total de cromos para saber quantos sobraram. Seguidamente calcula a terça parte dos cromos que restam e no final retira a terça parte de cromos aos 300 que ainda lhe sobraram. Na segunda resolução o aluno faz exatamente o mesmo, mas em vez de utilizar a multiplicação de frações recorre à divisão.

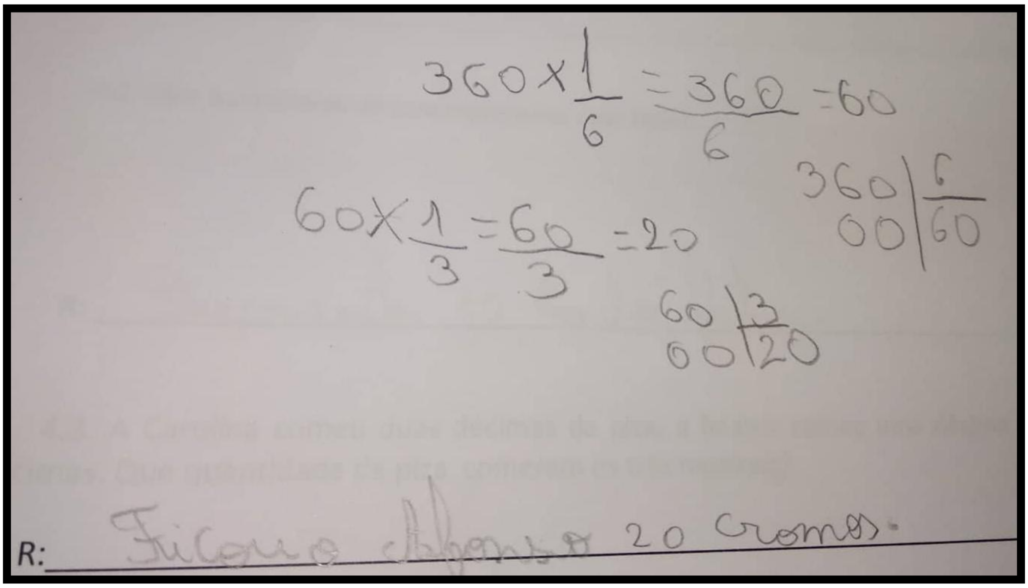


Figura 48 – Estratégia operação multiplicação: Resolução incorreta
Resolução do aluno A13: **Dificuldade para compreender o enunciado do problema**

O aluno começa corretamente por calcular a sexta parte dos cromos, contudo considera, erradamente que o resultado é o total de cromos com que o Afonso fica. Em seguida, volta a cometer o mesmo erro ao calcular a terça parte.

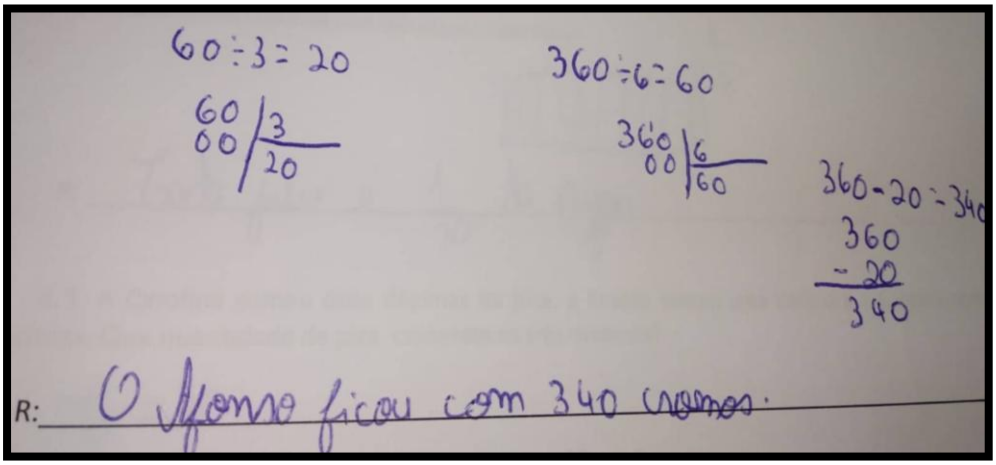


Figura 49 – Estratégia operação divisão: Resolução incorreta
Resolução do aluno A24: **Dificuldade para compreender o enunciado do problema**

O aluno começa por calcular a sexta parte corretamente, mas depois comete o erro em considerar que o Afonso ficou com 60 cromos. Depois calcula corretamente a terça parte, embora de um valor errado (60), e depois considera que apenas esses cromos foram dados.

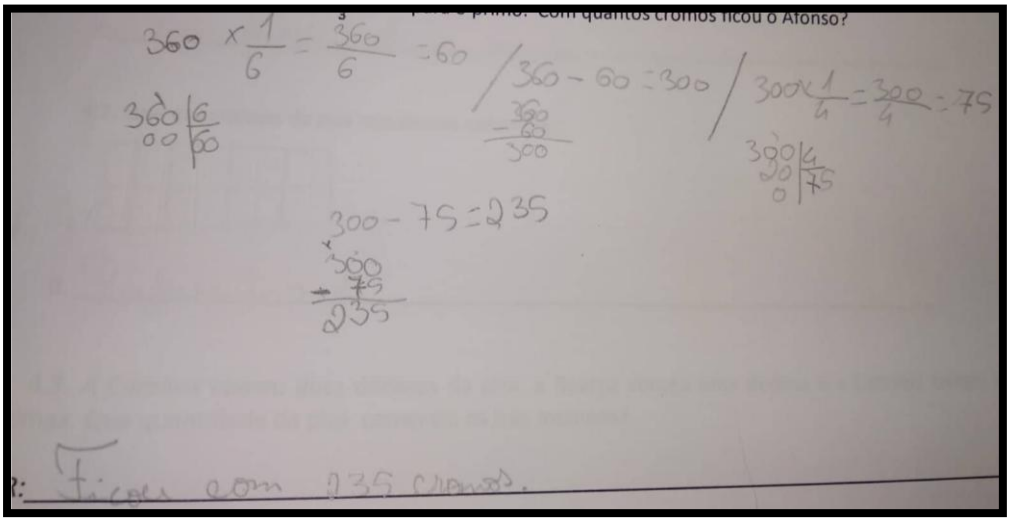


Figura 50 – Estratégia operação multiplicação/subtração: Resolução incorreta
Resolução do aluno A22: **Dificuldade numa etapa do procedimento**

O aluno começa por encontrar a sexta parte dos cromos, retirando depois esse valor ao total de cromos para saber quantos sobraram. Seguidamente calcula, erradamente a quarta parte dos cromos que restam e no final retira a quarta parte de cromos aos 300 que ainda lhe sobraram. Aparentemente o aluno demonstra falta de atenção, pois não faz referência à terça parte, mas sim à quarta parte.

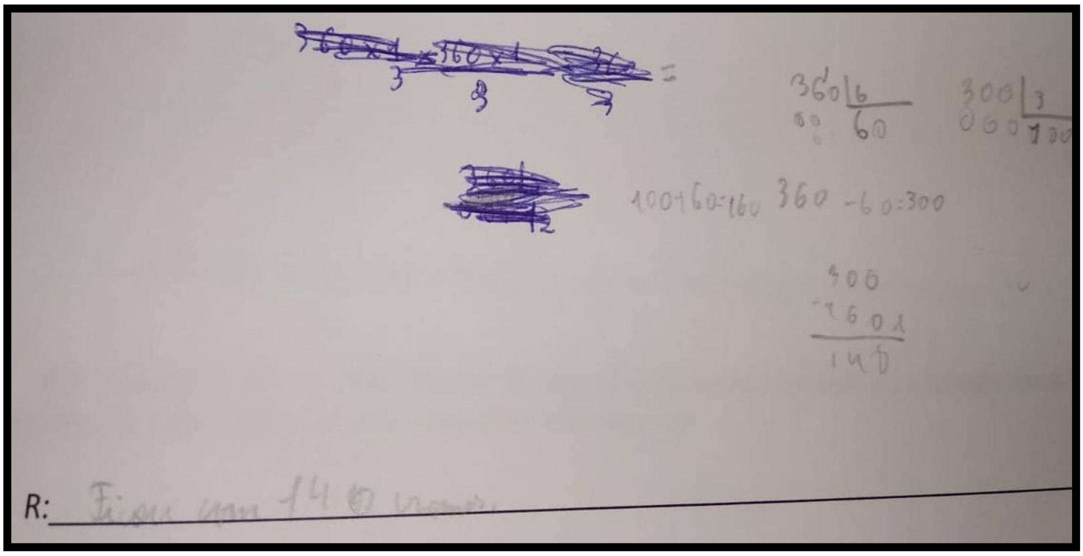


Figura 51 – Estratégia operações divisão/subtração: Resolução incorreta
Resolução do aluno A4: **Dificuldade numa etapa do procedimento**

O aluno começa por encontrar a sexta parte dos cromos, retirando depois esse valor ao total de cromos para saber quantos sobraram. Seguidamente calcula com o total a terça parte dos cromos que restam, somando erradamente essa parte ao total de cromos com que o Afonso havia ficado, uma vez que a terça parte foi dada ao primo do Afonso.

Neste problema (6) verificou-se a dificuldade de compreensão do problema, por exemplo, o aluno A13 e A 24 começaram por delinear e executar um plano correto, no entanto “saltaram uns passos do problema”, pois deveriam ter calculado os cromos que o Afonso ficou depois de dar ao irmão 60 (figura 48 e 49) e deveria ter efetuado a subtração de todos os cromos que o Afonso deu. O aluno A22, revelou dificuldade numa etapa do procedimento pois aplicou as estratégias corretas, assim como efetuou todos os passos para a resolução deste problema, no entanto no penúltimo procedimento enganou-se a escrever a fração, o que originou um resultado incorreto (figura 50). O aluno A4, implementou as estratégias corretas, contudo no último cálculo não colocou os dados corretos, determinando assim uma resolução incorreta (figura 51).

Como resoluções corretas foram consideradas aquelas que continham a estratégia, solução e resposta corretas. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com a estratégia correta e resposta incorreta. Relativamente às resoluções incorretas, foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução e respetiva solução incorreta. O problema 6 foi resolvido por 24 alunos, sendo registadas 20 respostas corretas e 4 incorretas (tabela 33).

Tabela 33 – Avaliação da resolução

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
Nº de alunos	20	0	4

Através da análise das resoluções de problemas dos alunos e considerando a tabela elaborada no capítulo anterior verifico que alguns dos compreenderam as práticas envolvidas na resolução do problema. Ou seja, ao nível da sequência de atividades elementares para resolver o problema, os alunos identificaram as quantidades solicitadas no enunciado, por exemplo, 1/6 de 360, calculando consequentemente a quantidade de cromos que ficou o Afonso. No que diz respeito aos conceitos, os alunos revelaram conhecimento dos mesmos, assim como identificaram os procedimentos envolvidos na resolução do problema, apesar de alguns alunos não os aplicarem de forma acertada. Por outro lado, alguns alunos demonstram confusão no procedimento desta resolução, como é caso dos alunos A13, A24 e A22 (figura 48,49 e 50).

O problema 6 proporcionou trabalhar os problemas de cálculo, que de acordo com Boavida et al. (2008), resolvem-se recorrendo à aplicação de uma ou mais operações básicas. É possível, neste contexto distinguirem-se problemas de um passo ou mais passos.

Citados por Vale e Pimentel (2004), para Charles e Lester (1986), este tipo de problemas são os de dois ou mais passos, ou seja, são os problemas que para se resolverem é necessário a aplicação direta de duas ou mais operações.

As estratégias que os alunos poderiam ter utilizado neste problema são as seguintes: criar um problema equivalente; procurar um problema análogo, mas mais simples; organizar uma sequência de passos; simular / simplificar o problema. No entanto, os alunos recorreram às duas estratégias previstas (operações) no capítulo anterior de forma igual, não se registando assim um maior destaque para nenhuma das duas.

As dificuldades que os alunos poderiam ter, segundo Santomauro (2010) citado por Araújo (2015) eram as seguintes: dificuldades para compreender o enunciado do problema, ou seja, dificuldade na compreensão e interpretação do enunciado; dificuldade numa etapa do procedimento, em que os dados e a operação estão corretos, mas pode existir um engano no processo ou nas fases do algoritmo; dificuldade conceitual das operações básicas, em que os alunos compreendem o enunciado, no entanto não sabem qual a operação matemática mais adequada para a resolução do problema e, dificuldade por descoberta do conteúdo, em que o aluno não seleciona os dados nem a operação correta.

Foram assinaladas como dificuldades neste problema, a dificuldade para compreender o enunciado do problema (figura 48 e 49). Esta dificuldade está associada à interpretação do problema, ou seja, neste caso o aluno deu início à resolução de forma correta, mas não conclui o processo por má compreensão do enunciado. Outra dificuldade verificada foi a dificuldade numa etapa do procedimento, em que o aluno demonstrou falta de atenção numa dos passos de resolução (figura 50), bem como "salta um passo" na resolução do problema (figura 51).

5.7. Problema 7

Problema 7

Relembrando o enunciado do problema 7:

A irmã mais velha do Tomás tem 28 anos. O Tomás tem $\frac{1}{7}$ da idade desta irmã (mais velha) e a irmã mais nova do Tomás tem $\frac{1}{4}$ da irmã mais velha. Calcula a idade do Tomás e da irmã mais nova.

Na análise deste problema, os alunos utilizaram as duas estratégias previstas (tabela 34), operação da multiplicação (figura 52), e operação da divisão (figura 53).

Tabela 34 – N.º de alunos por estratégia

Estratégias	Recurso à operação da multiplicação	Recurso à operação da divisão
Nº de alunos	15	9

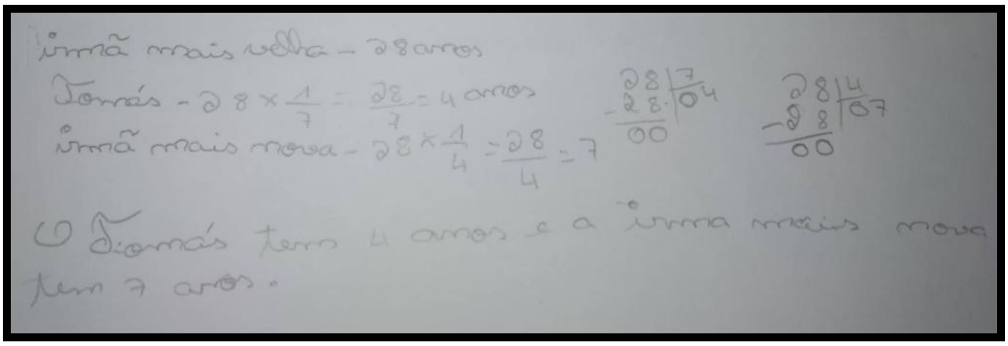


Figura 52 – Estratégia operação da multiplicação: Resolução correta
Resolução do aluno A19

O aluno faz o registo da idade da irmã mais velha, demonstrando ter conseguido identificar os dados do problema. Seguidamente, para encontrar a idade do Tomás ele calcula a sétima parte da idade da irmã mais velha e a quarta parte da idade da mesma irmã para saber a idade da irmã mais nova. Para calcular ambas as partes, o aluno começa por recorrer à multiplicação de frações e posteriormente à divisão.

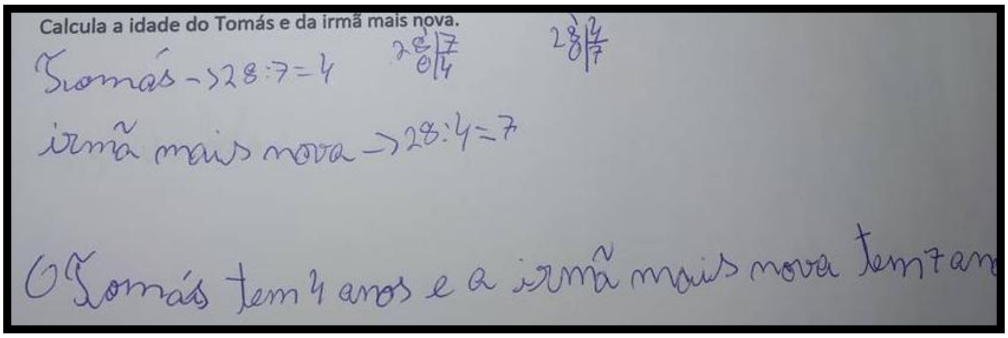


Figura 53 – Estratégia operação da divisão : Resolução correta
Resolução do aluno A21

O aluno começa por encontrar a sétima parte da idade da irmã mais velha e a quarta parte da idade da mesma irmã para saber a idade da irmã mais nova. Para calcular ambas as partes, o aluno recorre ao algoritmo da divisão.

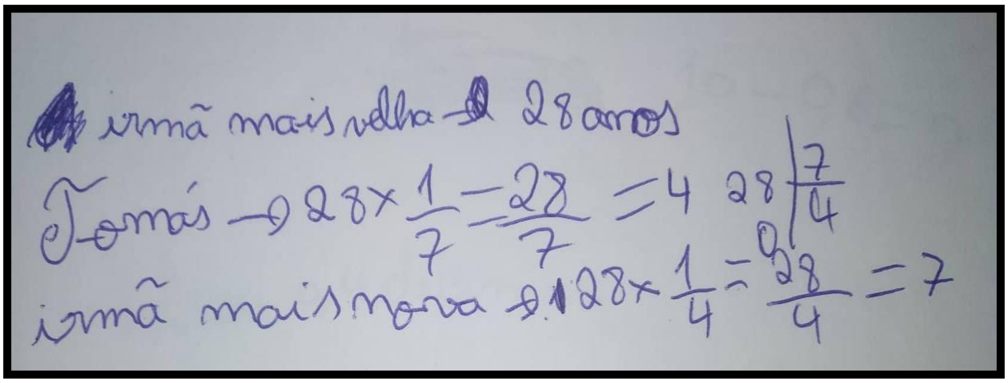


Figura 54 - Estratégia multiplicação: Resolução parcialmente correta
Resolução do aluno A3: **Dificuldade numa etapa do procedimento** (ausência de resposta)

O aluno faz o registo da idade da irmã mais velha, demonstrando ter conseguido identificar os dados do problema. Seguidamente, para encontrar a idade do Tomás ele calcula a sétima parte da idade da irmã mais velha e a quarta parte da idade da mesma irmã para saber a idade da irmã mais nova. Para calcular ambas as partes, o aluno começa por recorrer à multiplicação de frações e posteriormente à divisão para calcular a sétima parte de 28.

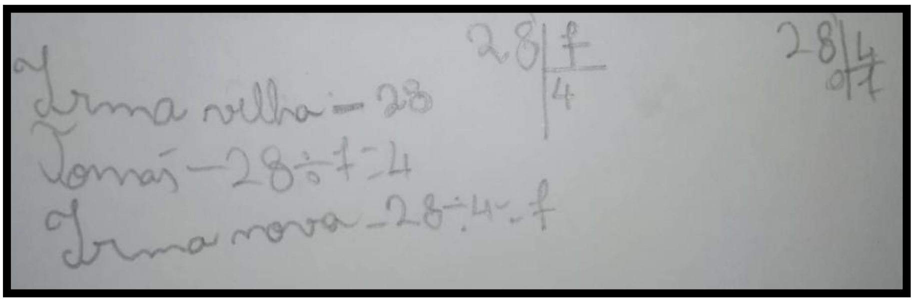


Figura 55 – Estratégia divisão: Resolução parcialmente correta
Resolução do aluno A7: **Dificuldade numa etapa do procedimento** (ausência de resposta)

O aluno faz o registo da idade da irmã mais velha, demonstrando ter conseguido identificar os dados do problema. Seguidamente, para encontrar a idade do Tomás ele calcula a sétima parte da idade da irmã mais velha e a quarta parte da idade da mesma irmã para saber a idade da irmã mais nova. Para calcular ambas as partes, o aluno recorre ao algoritmo da divisão.

A única dificuldade observada na resolução deste problema foi a ausência da resposta, uma vez que o problema foi solucionado corretamente, mas a resposta não foi registada (figura 54 e 55).

Como resoluções corretas foram consideradas aquelas que continham a estratégia, solução e resposta corretas. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com a estratégia correta e ausência de resposta. Relativamente às resoluções incorretas, foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução e respetiva solução incorreta.

O problema 7 foi resolvido por 24 alunos, sendo registadas 18 respostas corretas e 6 parcialmente corretas (tabela 35).

Tabela 35 – Avaliação da resolução

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
Nº de alunos	18	6	0

Através da análise das resoluções de problemas dos alunos e considerando a tabela elaborada no capítulo anterior verifico que alguns dos compreenderam as práticas envolvidas na resolução do problema. Ou seja, ao nível da sequência de atividades elementares para resolver o problema, os alunos calcularam 1/7 de 28 e ¼ de 28, obtendo assim as idades pedidas na indicação do enunciado do problema. Relativamente aos conceitos os alunos revelaram conhecimento dos mesmos, assim como identificaram e aplicaram os procedimentos envolvidos na resolução do problema apesar de um aluno ter errado o último passo do problema.

Relativamente ao meu tema, este problema proporcionou trabalhar os problemas de dois ou mais passos, em que estes para serem resolvidos "requerem a aplicação direta de duas ou mais das […] operações […]" (Charles e Lester citados por Vale e Pimentel, 2004). De acordo com Boavida et. Al. (2008), os problemas de cálculo podem ser resolvidos recorrendo-se à aplicação de uma ou mais operações básicas da aritmética. Neste âmbito é possível se distinguirem problemas de um passo ou mais passos (Boavida et al., 2008). Os alunos têm que pensar na estratégia a aplicar neste tipo de problemas, ou seja, "[…] requerem decisões quanto à operação ou operações a aplicar aos dados apresentados." (Boavida et al.,2008, p.17)

As estratégias que os alunos poderiam ter utilizado neste problema são as seguintes: criar um problema equivalente; procurar um problema análogo, mas mais simples; organizar uma sequência de passos; simular / simplificar o problema.

As dificuldades que os alunos poderiam ter, segundo Santomauro (2010) citado por Araújo (2015) eram as seguintes: dificuldades para compreender o enunciado do problema, ou seja, dificuldades na interpretação e compreensão do enunciado do problema; dificuldade numa etapa do procedimento, ou seja, a interpretação, os dados e a operação estão corretos, no entanto, poderá existir um engano no procedimento ou nas etapas do algoritmo; dificuldade conceitual das operações básicas, em que os alunos compreendem o enunciado, no entanto sentem dificuldade na seleção da operação matemática mais adequada para a resolução do problema e, dificuldade por descoberta do conteúdo, isto é, o aluno não seleciona os dados corretos nem a operação apropriada.

Foram assinaladas como dificuldades neste problema, a dificuldade numa etapa do procedimento (figura 54 e 55), em que neste caso, o problema foi solucionado corretamente, mas a resposta não foi registada.

Capítulo VI – Considerações Finais

Neste capítulo irei apresentar as conclusões da análise, dando resposta às questões de investigação. Começo por relembrar o estudo através de uma síntese, seguida das questões de investigação às quais responderei. Em seguida, irei abordar as limitações do estudo e por fim apresento uma reflexão acerca de todo este processo.

6.1. Síntese do Estudo

O tema deste estudo é a resolução de problemas e esta investigação tinha como objetivo analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas e as suas dificuldades.

O presente estudo foi realizado no 1.º ciclo do ensino básico, numa turma do 3º ano e está incluído no programa de matemática do ensino básico, incidindo particularmente na resolução de problemas. Os principais objetivos desta investigação são:

- ✓ Identificar/analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas;
- ✓ Verificar/analisar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas.

Tendo em conta os objetivos, o desenvolvimento desta investigação teve as seguintes questões de investigação:

- o Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas?
- o Quais as dificuldades dos alunos na resolução de problemas?

Os problemas foram implementados nas aulas de matemática, tendo sido realizados quatro problemas de contextos diferentes.

Como referido no capítulo III, os instrumentos usados para a recolha de dados foram a observação, os registos escritos produzidos pelos alunos (análise documental) e as notas de campo. Estes instrumentos foram essenciais nesta investigação, dado que contribuíram para dar resposta às questões de investigação.

O presente estudo é um estudo Investigação-Ação, em que os seus participantes são os alunos do 3º ano, da sala 2, da Escola Básica das Chãs – Águeda.

Após a análise de dados que desenvolvi no capítulo anterior, vou passar à apresentação das conclusões do meu estudo.

Deste modo, será fundamental relacionar os resultados da análise de dados feita com os objetivos propostos para o meu estudo e as questões de investigação para as quais pretendia obter resposta.

6.2. Conclusões do Estudo

No capítulo V foram apresentados sete problemas e as respetivas resoluções realizadas pelos alunos. Através da análise dessas resoluções tornou-se possível chegar às conclusões, que apresento em seguida.

6.2.1. Quais as Estratégias Utilizadas pelos Alunos na Resolução de Problemas?

Na resolução de problemas, todos os problemas contemplam uma fase em que, ao serem resolvidos, deverão (os resolvedores) criar um plano para obterem a solução. Nesta fase, há a necessidade de descobrir uma estratégia que satisfaça as condições do problema. Pode-se dizer que a escolha dessa estratégia é a parte mais complexa da resolução de problemas.

Através da análise dos registos produzidos pelos alunos e considerando as várias tabelas elaboradas no capítulo IV que me serviram de apoio, bem como as estratégias previstas, foi possível concluir que os alunos aplicaram as estratégias esperadas e, na sua maioria identificaram as práticas, os procedimentos e os conceitos envolvidos na resolução dos problemas. Na alínea 1.3. do problema 2, além dos alunos terem utilizado as duas estratégias possíveis, também (sete alunos) utilizaram as duas estratégias em conjunto. O mesmo aconteceu no problema 3, alínea 1.1., em que um aluno aplicou as duas estratégias previstas, demonstrando assim saber resolver o problema de duas formas diferentes.

Nos problemas implementados, os alunos recorreram maioritariamente às operações (adição/divisão/multiplicação/subtração), seguindo-se o diagrama e esporadicamente recorreram às tabelas e ao cálculo mental. É de referir que o professor titular da turma incentiva os alunos a recorrerem frequentemente ao cálculo mental. O recurso ao diagrama no problema 2 demonstrou ser uma forte estratégia de resolução, no sentido em que auxilia os alunos, quer na fase da compreensão do problema, quer na fase da resolução propriamente dita. É certo que, a escolha da estratégia varia consoante o tipo de problema, assim como, também depende dos alunos, ou seja, cada aluno tem uma certa inclinação para resolver determinados problemas. Por exemplo, determinado aluno pode resolver (sempre) certo tipo de problema com o algoritmo da multiplicação, enquanto outro aluno resolve o mesmo problema com a adição. Digamos que, por vezes os alunos criam certos hábitos e tendências na matemática em geral e em particular na resolução de problemas.

Neste sentido, as minhas conclusões vão ao encontro de Ponte e Serrazina (2000), que defendem que no 1.º Ciclo de Ensino Básico, entre outras estratégias indicadas, referem o recurso ao diagrama e outras representações, sendo "outras representações" consideradas as operações matemáticas aplicadas nas resoluções dos problemas implementados no capítulo anterior. "Estas estratégias podem ser aplicadas a muitos problemas, sós ou combinadas com outras." (Boavida et al., 2008, p. 23).

Foi possível constatar a importância dos alunos já possuírem conhecimento das várias estratégias na resolução de problemas, dado que, o êxito da resolução dos problemas dependia da estratégia usada pelos alunos. Apesar dos alunos terem conhecimentos prévios sobre determinados conteúdos, nem sempre foram capazes de os aplicar de forma correta, pois, os conhecimentos e os recursos que um aluno tem à sua disposição são muito importantes na resolução de problemas.

"As estratégias envolvem a formulação de questões, a análise de situações […]" (Lopes, 2002, p.15), como por exemplo, as respostas dos alunos quando questionados no problema 1 e 2, em que demonstraram que "analisaram" o enunciado problema. Também, as dúvidas apresentadas pelos alunos no problema 4 evidenciaram a formulação de questões, como referido pelo autor citado em cima.

Penso que, o facto de os alunos não escolherem a estratégia adequada irá fazê-los pensar e analisar os seus erros e perceberem onde erraram, consolidando assim a matéria e enriquecendo a aprendizagem.

Como explica Pólya, aprende-se a resolver problemas resolvendo-os. A resolução dos bons problemas faculta a abordagem de conceitos matemáticos importantes e desenvolve a capacidade de compreensão e o gosto pela exploração de várias estratégias. O mesmo autor (Pólya, 2003) sugere quatro fases para o processo de resolução de um problema:

1. Compreender o problema;
2. Delinear um plano;
3. Executar o plano;
4. Verificar e interpretar o resultado obtido.

Tendo em conta a análise efetuada, a maioria dos participantes desta investigação (alunos do 3.º ano), passaram pelas três primeiras fases do processo, suprimindo a última fase, verificar e interpretar o resultado obtido.

É de relembrar que no problema 1, 4, 5 e 6 alguns dos alunos não compreenderam o problema, passando assim apenas por duas das fases (delinear um plano e executa-lo) do modelo proposto por Pólya. A estes alunos que "saltam" duas das etapas propostas pelo autor acima citado, é importante mencionar a importância das mesmas, pois certamente que ajudariam a compreender e interpretar melhor o problema como, por exemplo, identificar os dados do problema, analisar os dados, identificar os dados principais e colocar questões sobre o problema.

Como foi possível constatar os alunos não colocaram em prática a última fase, verificar e interpretar o resultado obtido, sendo esta importante respetivamente à verificação da resposta/solução encontrada para o problema, como por exemplo, verificar se a solução está de acordo com o problema e caso não esteja a procurar/analisar soluções alternativas. Esta última fase permitiria aos alunos retomarem ou alterarem a estratégia inicial caso a solução não fosse a correta.

Penso que, como referido por Pólya é possível ensinar os alunos a serem bem-sucedidos na resolução de problemas, tendo os mesmos a serem incentivados a seguir, consciente e sequencialmente, as fases do seu método.

6.2.2. Quais as Dificuldades dos Alunos na Resolução de Problemas

Durante o processo de investigação foi possível detetar algumas dificuldades nos participantes do estudo, sendo possível concluir que as dificuldades sentidas na realização dos problemas implementados foram:

- Dificuldade para compreender o enunciado do problema;
- Dificuldade por descobrimento do conteúdo;
- Dificuldade numa etapa do procedimento.

Relativamente à dificuldade para compreender o enunciado do problema, esta está associada à interpretação do enunciado e respetiva compreensão do problema, conforme menciona Santomauro (2010) citado por Araújo (2015). Esta é uma dificuldade a ter em conta, pois, quando o aluno revela tal dificuldade, a mesma refletir-se-á de forma negativa na resolução dos problemas, conforme visível por exemplo, na resolução do problema 1, 3, 5 e 6. De maneira a apoiar o aluno, é necessário ajudá-lo na compreensão e interpretação da escrita e da oralidade, de forma a que a dificuldade seja ultrapassada.

Na dificuldade por descobrimento do conteúdo, o aluno não seleciona os dados nem a operação correta, ou seja, há uma dificuldade acrescida por parte dos alunos respetivamente à seleção de dados e à utilização da operação correta, uma vez que relacionam estes dados com o procedimento ao qual está mais familiarizado, conforme Santomauro (2010) mencionado por Araújo (2015). Por exemplo, no problema 2, alínea 1.2., verificou-se que o aluno revelou dificuldade em identificar que uma fatia é uma parte das 10 que representam o total, enquanto no problema1 a principal dificuldade sentida foi a compreensão do conceito de fração e no problema 3 e 5, foi visível a dificuldade no conceito de perímetro.

É necessário ajudar estes alunos, começando por incentiva-los a ler e reler o enunciado mais do que uma vez e fazê-los pensar, de maneira a refletirem sobre os conceitos e procedimentos envolvidos na resolução do problema, como pensado na tabela proposta por Godino (2017). Desta forma, os alunos recolhem os dados e a selecionam a estratégia correta, seguindo-se uma sequência para a resolução do problema, como calculado na tabela proposta pelo mesmo autor.

Na dificuldade, numa etapa de procedimento, o aluno pode interpreta corretamente o enunciado, seleciona os dados e a operação ou estratégia apropriada, mas pode existir um engano no processo ou nas fases do algoritmo, como verificável na resolução do 2, 6 e 7. A meu ver, esta dificuldade deve-se essencialmente à falta de atenção por parte do aluno. Também, o tipo de problema deve ser interessante, atrativo e motivador, de forma a cativar o interesse e motivação dos alunos, podendo estes ser fatores da dificuldade mencionada. Se os problemas forem aborrecidos e diferentes daqueles mais atrativos que estão habituados a resolver, os alunos podem sentir este tipo de dificuldade. Foi observado que alguns alunos compreenderam o problema, delinearam o plano, executaram-no corretamente, segundo Pólya, e na elaboração da resposta (4ª etapa), formularam-na incorretamente ou não a registaram, como por exemplo, no problema 4 e 7. Desta forma, constatou-se a dificuldade acima mencionada, assim como outros alunos que demonstraram a ausência de resposta, sendo algo inesperado nos alunos em estudo, pela insistência usual do professor cooperante neste sentido.

Apesar de observado que alguns dos alunos tinham dificuldade em resolver problemas, foi possível constatar que na sua maioria os alunos tiveram sucesso na resolução dos problemas implementados.

Como se pode verificar através da análise de dados por mim elaborada, os alunos sentem mais dificuldades nos problemas do tipo de dois passos. A razão dos alunos sentirem dificuldades neste tipo de problemas deve-se à complexidade dos mesmos, por os alunos terem que recorrer à aplicação de uma ou mais operações básicas da aritmética (Boavida et al., 2008).

Nos problemas de conteúdo, os alunos sentiram dificuldades nos conceitos e procedimentos envolvidos na resolução dos problemas, pois, e de acordo com os autores GIRP, mencionados por Vale e Pimentel (2004), neste tipo de problemas é necessário a "[…] utilização de conteúdo programáticos, conceitos, definições e técnicas matemáticas" (Vale e Pimentel, 2004, p. 19), verificando-se que os conteúdos matemáticos ainda não estavam bem adquiridos, como por exemplo, o conceito de área (problema 3), perímetro (problema 5) e fração (dificuldade em encontrar o todo, problema1).

No meu ponto de vista, além das dificuldades observadas existem outras, como por exemplo, a insegurança e a falta de confiança, algo que foi observável em alguns (mas poucos) alunos. Através da observação, reconheci alguma insegurança pelas posturas e até pelos "olhares" dos alunos, como é o caso do aluno com NEE, entre outros alunos. O aluno identificado com NEE acompanhou a turma na resolução de problemas, sendo a análise dos mesmos efetuada de igual forma. Estes, deveriam sentir-se mais confiantes e seguros na seleção da estratégia a aplicar, o que nem sempre aconteceu. Relativamente à confiança nem sempre tem um lado positivo, dado que, por vezes sentem-se tão confiantes que nem verificam o resultado nem reveem a resposta, existindo a possibilidade de a mesma estar incorreta. Neste sentido, segundo Pólya, se recorressem à quarta etapa do modelo de resolução de problemas, verificar e interpretar o resultado obtido, iriam comprovar que a resposta estava incorreta.

6.3. Limitações do Estudo

Apesar de tudo o que mencionei anteriormente, reconheço que o meu estudo apresenta algumas limitações. Penso que, muitas das incertezas, das hesitações, dos avanços e recuos ao longo deste trabalho foram consequência da minha pouca experiência como investigadora.

No que diz respeito à metodologia de investigação, senti que, se me tivesse sido possível aprofundar este aspeto muito antes de dar início à conceção e implementação do meu estudo, teria sido possível explorar outras possibilidades para além das adotadas. Tal, implicaria ter disposto de mais tempo para realizar este trabalho, o que era extremamente difícil por trabalhar e estudar.

Não sei se poderei considerar uma limitação no estudo, mas se tivesse tido uma colega de trabalho (díade), penso que teria sido um grande apoio, tanto na Prática Pedagógica Supervisionada e no trabalho propriamente dito, como ao nível psicológico. Foram muitos os momentos que considero "maus momentos", sendo estes de total desespero, angústia, ansiedade, etc. Não foram momentos fáceis, mas hoje sei a força que tenho por os ter ultrapassado.

6.4. Reflexão Final

Finalmente, chega ao fim uma das etapas mais importantes da minha vida: a conclusão do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do Primeiro Ciclo. Com todo este processo, sinto que evolui pessoal e profissionalmente, pois é impossível separar uma dimensão da outra.

Através das reflexões realizadas no semestre passado e das reflexões atuais em todo este processo, das vivências no pré-escolar e no 1.º ciclo, foi possível perceber que estou e estarei sempre em processo de aprendizagem e aperfeiçoamento profissional e pessoal. É importante para mim lembrar-me e recordar todo este processo, pelo esforço que tenho feito até aqui.

Relativamente ao processo de investigação, o mesmo, foi-se tornando cada vez mais importante para mim, dado que aos poucos constituiu (para mim) uma forma diferente de encarar a matemática, levou-me a analisar perspetivas de diferentes autores e permitiu-me construir e enriquecer o meu próprio pensamento.

Devo referir que inicialmente neste processo as dificuldades e dúvidas foram muitas, nomeadamente na forma como o iria desenvolver, tendo em conta a resolução dos problemas apresentados aos alunos. Neste contexto, tornou-se relevante o auxílio das tabelas elaboradas para cada problema, tendo como referência Godino (2017), sendo possível: identificar as sequências essenciais para resolver os problemas propostos, descrever a intencionalidade dos problemas apresentados, seguindo-se o procedimento a realizar na resolução dos mesmos, bem comos os conceitos inerentes em cada resolução.

A nível pessoal, posso referir que a elaboração e concretização desta investigação contribuiu para uma maior aprendizagem a nível académico e profissional.

As Práticas Pedagógicas Supervisionadas no Pré-Escolar e no 1.º Ciclo, proporcionaram-me um leque diferenciado de experiências de prática, triplamente supervisionadas. Isto porque, por um lado tive a supervisão da educadora que me possibilitou a aprendizagem na sua sala e transmitiu a sabedoria de vinte e oito anos de ensino, por outro lado, o professor cooperante do 1.º Ciclo do Ensino Básico, que me inspirou a vir a ser uma professora do 1.º Ciclo, exemplar como ele, por outro lado e por último, a professora orientadora da Universidade de Aveiro, Teresa Neto, a quem agradeço pelo trabalho de orientação e pela valorização do trabalho que tenho desenvolvido durante todo este processo.

Enquanto, as colegas tiveram uma colega de trabalho (díade), o mesmo não aconteceu comigo, devido ao facto de ter realizado a prática noutro concelho e por ser trabalhadora/estudante. Acredito que, se durante a Prática Pedagógica Supervisionada tivesse tido uma colega de trabalho, por vezes teria sido um grande apoio, principalmente nos momentos de insegurança, ansiedade, angústia e desespero. Não foram momentos fáceis, mas hoje sei a força que tenho por os ter ultrapassado.

Relativamente aos contextos de intervenção, ambos na numa Escola Básica do concelho de Águeda, ambos apresentaram boas condições para o desenvolvimento do estudo, cujas realidades das salas onde trabalhei eram muito positivas, o que facilitou o trabalho desenvolvido.

Relativamente à minha intervenção no Pré-Escolar e à forma como atuei com as crianças nas semanas em que assumi as minhas planificações, tal como já referi em outras reflexões, no início senti alguma insegurança, principalmente porque temia não conseguir cativar as crianças e, por essa razão, não conseguir “controlar” o grupo, o que poderia gerar um ambiente menos agradável do que desejava, o que foi ultrapassado. Algumas crianças tentaram-me testar, fazendo o oposto do que eu solicitava, no entanto, no decorrer da Prática consegui impor o respeito que me pertencia.

Apesar de, na minha perspetiva, ter conseguido controlar as situações que foram surgindo, tenho consciência de que este será, sem dúvida, um dos pontos no qual sentirei alguma dificuldade no futuro.

Devo referir que, (sem que nada fizesse prever) existiram dois dias que, se por um lado foram de pleno nervosismo e ansiedade, por outro foram bastantes satisfatórios para mim. Num desses dias fiquei apenas com a auxiliar da sala, enquanto num outro dia tive a responsabilidade de ficar completamente sozinha com o grupo. Esta experiência foi bastante positiva para mim, pois pude confirmar que sou capaz!

Relativamente à Prática Pedagógica Supervisionada no 1.º Ciclo, senti-me numa posição menos confortável e vantajosa em relação à Prática Pedagógica anterior, por me imaginar no futuro, apenas numa sala de jardim-de-infância

A Prática Pedagógica no 1.º Ciclo tem sido, sem dúvida, um desafio enorme para mim, um desafio que outrora pensei em não conseguir ultrapassar. Tal, só foi possível graças à professora Teresa Neto, ao professor cooperante, Professor Pedro Almeida, à colaboração e participação dos alunos e à interação e relação professor/ aluno e aluno/professor.

Depois de ter conseguido finalizar a Prática Pedagógica Supervisionada no 1.º Ciclo do Ensino Básico, posso agora afirmar que já me sinto um pouco mais encorajada a tomar atitudes autonomamente e mais preparada para intervir num futuro próximo neste contexto. Este foi um enorme desafio para mim, no entanto, estou a encarei esta etapa como mais um passo para crescer cada vez mais como pessoa e como futura profissional de educação.

O que começou por parecer que não tinha fim, acabou por passar muito rápido, pois ainda passou pouco tempo e já tenho a sensação que tudo isto aconteceu à velocidade da luz. Os momentos da Prática Pedagógica Supervisionada são difíceis de esquecer, deixando saudades, principalmente das crianças, que já são imensas. Apesar da ansiedade intrínseca e dos nervos, todos os momentos de intervenção foram de extrema satisfação e de conquista.

A fase da observação foi muito importante, no sentido em que pude observar as rotinas, os hábitos e a forma de trabalhar da Educadora e do Professor, de maneira a pensar numa abordagem que fosse ao encontro da metodologia docentes. Ao longo das intervenções fui conversando com os professores cooperantes e consoante as ideias que iam surgindo para trabalhar com as crianças, ia pedindo opiniões e mostrando o que ia fazendo para poder receber feedbacks construtivos e melhorar assim o meu trabalho prático.

É de referir que gostei da experiência que vivi ao longo deste processo. O trabalho desenvolvido nestes dois contextos, Pré-Escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico, é muito interessante, dado que tudo está interligado, sendo um ensino muito transversal.

É maravilhoso trabalhar com crianças do pré-escolar, receber tantos mimos e carinho, assim como fazer parte da energia diária que elas têm e transmitem. É igualmente importante dar! Dar carinhos, mimos, abraços e beijinhos. Foi gratificante ter contribuído para que estas se tornem pessoas melhores, transmitindo-lhes valores e sobretudo ensinando-os a pensar e a refletir sobre tudo.

Quanto ao primeiro ciclo, o trabalho desenvolvido é muito diferente do Pré-Escolar, onde o processo ensino/aprendizagem se realiza de uma forma muito mais transversal. Contudo, tudo é possível, e prova disso é o facto de eu ter acabado a Prática Pedagógica Supervisionada a gostar deste Ciclo, pois achava que era impossível isso acontecer. No futuro, gostaria de poder adotar estratégias e métodos diferentes dos observados, apostando no ensino transversal, na autonomia, auto estima, afetividade, segurança e valorização das crianças.

É com agrado que digo que apesar de ter sido uma fase difícil de passar e ultrapassar, foi também uma fase com alegrias e repleta de emoções, conjugadas com muitos receios e dificuldades, mas que me fizeram evoluir e aprender.

Para finalizar quero dizer que foi uma experiência muito gratificante para ser profissional de educação e espero, em breve, vir a ser uma Educadora de infância ou Professora do 1.º Ciclo do Ensino Básico, consciente da minha prática profissional, proporcionar aprendizagens às crianças, acompanhá-las no seu crescimento físico, emocional e intelectual e não ser apenas mais uma educadora/professora.

Referências bibliográficas

Afonso, P. (2008). *Aprender Matemática nos Primeiros Anos – Algumas Propostas de Tarefas*. Castelo Branco: Instituto Politécnico de Castelo Branco. Disponível em https://repositorio.ipcb.pt/handle/10400.11/1024

Almeida, C. (2012). A *Resolução de Problemas e o Desenvolvimento do Raciocínio Lógico-Matemático no Contexto da Educação Pré-Escolar e do 1º Ciclo do Ensino Básico.* (Dissertação de Mestrado, Universidade dos Açores: Departamento de Ciências da Educação). Disponível em https://repositorio.uac.pt/bitstream/10400.3/1549/1/DissertMestradoCarlaConceicaoPereiraCardosoAlmeida2012.pdf

Araújo, S. (2015). *Análise das dificuldades na resolução de problemas matemáticos por alunos do 5.º ano do Ensino fundamental.* (Dissertação de mestrado). Disponível em https://bdtd.ufs.br/bitstream/tede/1946/1/NATALIA_KELI_SANTOS_ARAÚJO.pdf

Boavida, A., M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua dos Professores do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação: Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Boavida, A., & Menezes, L. (2012). *Ensinar Matemática desenvolvendo as capacidades de resolver problemas, comunicar e racionar: contornos e desafios*. In L. S. A.P.

Boavida, A., (1993). *Resolução de Problemas em Educação Matemática: contributo para uma análise epistemológica e educativa das representações pessoais dos professores.* Lisboa. Disponível em https://run.unl.pt/handle/10362/272

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.

Carmo, H., & Ferreira, M. (1998). *Metodologia da Investigação. Guia para Autoaprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta

Castro, M. (2014). *Os padrões e a resolução de problemas no 1.º Ciclo do Ensino Básico - Potencialidades para o ensino-aprendizagem da Matemática.* (Dissertação de Mestrado, Universidade dos Açores: Departamento de Ciências da Educação). Disponível em https://repositorio.uac.pt/bitstream/10400.3/3095/1/DissertMestradoMariaRosarioAvilaCastro2014.pdf

Costa, A. (2015). A Resolução de Problemas Matemáticos no 4º Ano de Escolaridade em Contexto de Trabalho de Grupo. (Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Setúbal). Disponível em https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/8586/1/A%20RESOLUC%CC%A7A%CC%83O%20DE%20PROBLEMAS%20MATEMA%CC%81TICOS%20NO%204.%C2%BA%20ANO%20DE%20ESCOLARIDADE%20EM%20CONTEXTO%20DE%20TRABALHO%20DE%20GRUPO.pdf

Coutinho, C. (2008). *Investigação-acção- metodologia preferencial nas práticas educativas.* Disponível em http://faadsaze.com.sapo.pt/12_tecnicas.htm

Coutinho, C. (2014). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humana: Teoria e Prática*. Coimbra: Almedina.

Coutinho, C., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J. & Vieira, S. (2009). *Investigação-acção: metodologia preferencial nas práticas educativas*. Disponível em http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/10148/1/Investiga%C3%A7%C3%A3o_Ac%C3%A7%C3%A3o_Metodologias.PDF

Damião, H., & Festas, I. (2013). *Programa e Metas de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Fernandes, D., Borralho, A., & Amaro, G. (1994). Processos *de resolução de problemas. Revisão e análise Crítica de Investigação que Utilizou Esquemas de Codificação*. In Fernandes, D., Boralho, A. & Amaro G., *Resolução de problemas: Processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular.* (pp.35-63) Lisboa: IIE

Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C. e Font, V. (2017). *Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas*. Bolema, v. 31, n. 57, p. 90 – 113.

Guzmán, M. (1990). *Aventuras matemáticas*. Lisboa: Gradiva.

IAVE (Instituto de avaliação educativa) (2015), *Relatório projeto testes intermédios 1.º Ciclo do Ensino Básico*, Disponível em http://iave.pt/np4/file/103/Relat_TI2_2014_com_anexos.pdf

Lopes, C. (2002). *Estratégias e Métodos de Resolução de Problemas em Matemática*. Porto: ASA Editores

Martins, C. (2016). *Aplicação do Modelo de Pólya na Resolução de Problemas de Processo – um estudo envolvendo alunos do 2.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico.* (Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Castelo Branco.) Disponível em https://repositorio.ipcb.pt/bitstream/10400.11/5399/1/Catarina%20Martins%20-%20TESE%20FINAL.pdf

Mata, S. (2012). *O Ensino da Matemática na Educação Pré-Escolar e no Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico.* (Dissertação de Mestrado, Universidade dos Açores). Disponível em https://repositorio.uac.pt/bitstream/10400.3/1668/1/DissertMestradoSaraSaraivaFogacaMata2012.pdf

Meirinhos, M. & Osório, A. (2010*). O estudo de caso como estratégia de investigação em educação*. *EDUSER: revista de educação*. 2 (2), Inovação, Investigação em Educação.

Mendes, R. (2013). *Tarefas de Organização e Tratamento de Dados no 2º CEB*. (Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro). Disponível em http://ria.ua.pt/browse?type=author&order=ASC&rpp=20&value=Mendes%2C+Rita+Isabel+Pinto

Mini-Olímpiadas Portuguesas de Matemática. *Mini-Olimpíadas. Ano letivo 2011/2012 – 1º Ciclo do Ensino Básico - 3º ano*. Disponível em http://mopm.mat.uc.pt/MOPM/Problemas/mopm1112prova3ano.pdf

Mini-Olímpiadas Portuguesas de Matemática. *Mini-Olimpíadas*. *Ano letivo 2015/2016 – 1º Ciclo do Ensino Básico - 3º ano*. Disponível em http://mopm.mat.uc.pt/MOPM/Problemas/mopm1516prova3ano.pdf

Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa de Matemática Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Ministério da Educação. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: ME-DEB.

Palhares, P. (2004). *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico*. Lisboa: Lidel – Edições Técnicas.

Palhares, P., Pimentel, T., Fernandes, J., Fonseca, L., Gomes, A., Hirst, K., Portela, J. Ralha, E., Vale, I. (2004). *Elementos de Matemática para Professores de Ensino Básico*. Porto: Lidel.

Pardal, L. & Correia, E. (1995). *Métodos e Técnicas de Investigação Social*. Porto: Areal.

Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: Gradiva.

Ponte, P. & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da matemática do 1º Ciclo.* Lisboa: Universidade Aberta.

Serrazina, L. (s/d). *Resolução de Problemas*.

Silva, C. (2015). A Resolução *de problemas da vida real no 1º Ciclo do Ensino Básico*. (Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro). Disponível em http://ria.ua.pt/handle/10773/16363

Valente, R. (2017). *Resolução de Problemas Realistas com Alunos do 2º Ciclo de Ensino Básico*. (Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro).

Sousa, A. (2016). *A Resolução de Problemas com Crianças do Pré-Escolar e do 1º Ciclo do Ensino Básico*. (Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro). Disponível em http://ria.ua.pt/browse?type=author&sort_by=1&order=ASC&rpp=20&etal=-1&value=Mendes%2C+Rita+Isabel+Pinto&starts_with=Sousa%2C+Andreia+Fabiana

Sousa, C. & Mendes, F. (2017). *Aprender a Resolver Problemas no 2º Ano do Ensino Básico.* Bolema, v.31, n.57, p.243-265.

Tenreiro, C. & Vieira, R. (2013). *Literacia e pensamento crítico: um referencial para a educação em ciências e em matemática*. Revista Brasileira de Educação, v. 18 n.º 52, 163 – 242. Disponível em http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v18n52/10.pdf

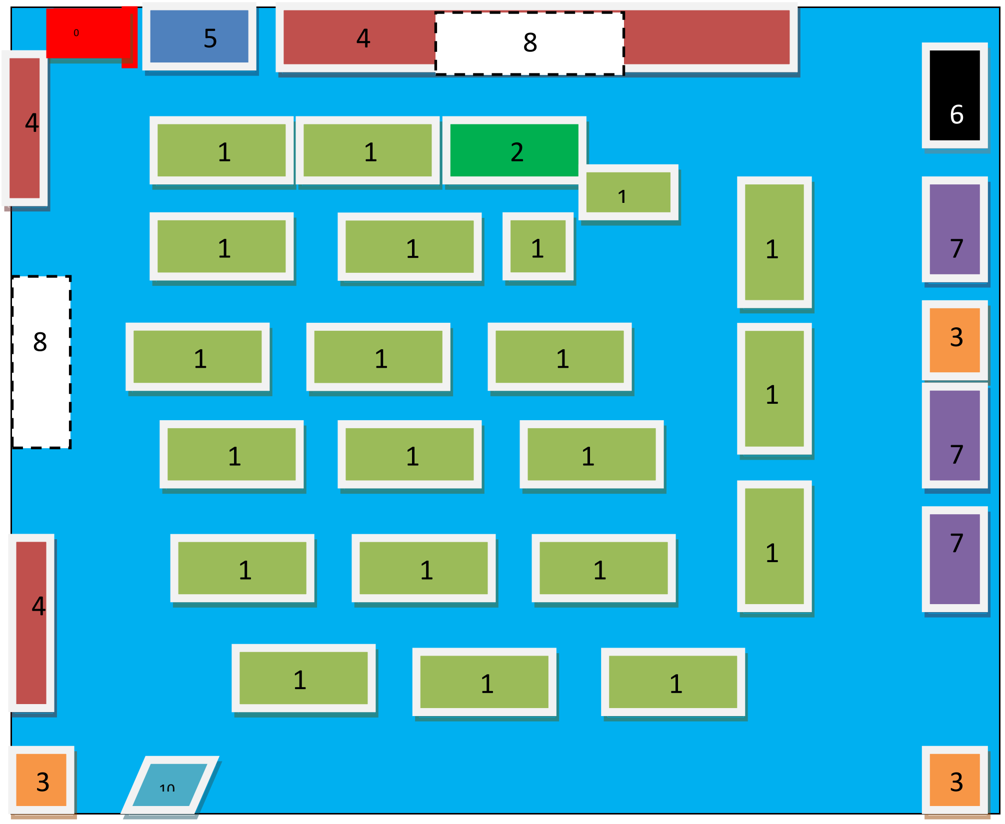
Vale, I. (1997). *Desempenhos e concepções de futuros professores de Matemática na resolução de problemas.* In Fernandes, D., Lester, F., Borralho, A. & Vale, I. (Coords.). *Resolução de problemas de na formação inicial de professores de Matemática – múltiplos contextos e perspectivas* (pp.1-37). Aveiro: GIRP/JNICT.

Vale, I., & Pimentel, T. (2004). *Resolução de Problemas*. In P. Palhares, *Elementos da Matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 7 - 52). Lisboa: Lidel.

Apêndices:

Apêndice 1 – Planta da sala de sala

Planta da sala:



Legenda da figura:

0	Porta de entrada	5	Mesa com computador/outros
1	Mesas das crianças	6	Mesa com computador/impressora
2	Secretária do Professor	7	Mesas de apoio (material)
3	Armários	8	Quadros brancos
4	Placares	10	Aquecedor a óleo

Apêndice *2* – Planificação da aula de matemática (problema 1,2 ,6 e7)

Planificação de Matemática – 3º ano		
Dia 17-04-2018		
Domínios	**Subdomínios/Conteúdos programáticos**	**Objetivos/Descritores de desempenho (Metas Curriculares)**
Números e Operações NO3	**Números racionais não negativos** - Fração como representação de medida de comprimento e de outras grandezas; numerais fracionários; - Frações equivalentes e noção de número racional. **Adição e subtração de números racionais não negativos representados por frações** - Produto de um número natural por um número racional representado por uma fração unitária; - Adição e subtração de números racionais representados por frações com o mesmo denominador; **Representação decimal de números racionais não negativos** - Frações decimais; representação na forma de dízimas finitas; - Algoritmos para a adição e para a subtração de números racionais representados por dízimas finitas; - Decomposição decimal de um número racional representado na forma de uma dízima finita.	**11- Medir com frações** 3. Utilizar corretamente os termos «numerador» e «denominador». 4. Utilizar corretamente os numerais fracionários. 5. Utilizar as frações para designar grandezas formadas por certo número de partes equivalentes a uma que resulte de divisão equitativa de um todo. 6. Reconhecer que o número natural , enquanto medida de uma grandeza, é equivalente à fração e identificar, para todo o número natural , a fração como o número . **12- Adicionar e subtrair números racionais** 4. Reconhecer que é igual a 1 a soma de parcelas iguais a (sendo número natural). 5. Reconhecer que a soma de parcelas iguais a (sendo e números naturais) é igual a e identificar esta fração como os produtos e . 6. Reconhecer que a soma e a diferença de frações de iguais denominadores podem ser obtidas adicionando e subtraindo os numeradores. 7. Decompor uma fração superior a na soma de um número natural e de uma fração própria utilizando a divisão inteira do numerador pelo denominador **13. Representar números racionais por dízimas** 1. Identificar as frações decimais como as frações com denominadores iguais a, etc.

		3. Adicionar frações decimais com denominadores até 1000, reduzindo ao maior denominador. 4. Representar por, e os números racionais , e , respetivamente. 6. Adicionar e subtrair números representados na forma de dízima utilizando os algoritmos. **14. Resolver problemas** 1. Resolver problemas de até três passos envolvendo números racionais representados de diversas formas e as operações de adição e de subtração.
Estratégias e atividades	A aula deste dia será dedicada a uma ficha com vários problemas, conforme combinado com o professor cooperante em que o objetivo é resolver problemas de até três passos envolvendo números racionais representados de diversas formas e as operações de adição e de subtração. Logo pela manhã será distribuída a ficha de trabalho pela turma, sendo dado algum tempo (30 minutos) para a sua realização. Enquanto isso, a professora estagiária vai rodando pela sala e caso algum aluno sinta necessidade de um esclarecimento ou dúvida, será imediatamente explicado. Em cada um dos problemas será solicitada a ida de um aluno ao quadro para a resolução/correção dos mesmos, sendo solicitado ao mesmo que explique e registe a estratégia utilizada para a resolução do mesmo. <u>Compreensão da situação do problema 1:</u> De que nos fala o problema? O Afonso tinha 360 cromos. Deu 1/6 ao irmão e 1/3 ao primo. Depois do Afonso dar 1/6 dos cromos aos irmão, com quantos ficou? O que pretendemos saber? Resolução do problema: Quantos cromos deu o Afonso ao irmão? Quantos cromos o Afonso deu ao primo? Estratégias previstas: Recurso à operação multiplicação e divisão em frações. Recurso à operação subtração. Avaliação: A solução dada está correta? Resposta: (O Afonso ficou com 200 cromos.) <u>Compreensão da situação do problema 2:</u> De que nos fala o problema? O Sr. Manuel tem 16 pereiras e 14 macieiras.	

	O que pretendemos saber? (As pereiras e macieiras que o Sr. Manuel tem em forma de fração) Resolução do problema: Quantas árvores tem o Sr. Manuel em forma de fração? Quantas pereiras e quantas macieiras tem o Sr. Manuel em forma de fração? Estratégias previstas: Recurso a diagramas; recurso à operação adição Avaliação: A solução dada está correta? Resposta: (16/30 pereiras e 14/30 macieiras) <u>Compreensão da situação do problema 3:</u> A irmã mais velha do Tomás tem 28 anos. O Tomás tem 1/7 da idade, da irmã mais velha. Irmã mais nova do Tomás tem ¼ da idade da irmã mais velha. O que pretendemos saber? (a idade do Tomás e da irmã mais nova) Resolução do problema: Que idade tinha a irmã mais velha do Tomás? Estratégias previstas: Recurso à operação multiplicação/divisão Avaliação: A solução dada está correta? Resposta: (O Tomás tem 4 anos e a irmã tem 7 anos) <u>Compreensão da situação do problema 4:</u> De que nos fala o problema? A Margarida serviu piza e sumo aos amigos . A mãe da Margarida cortou a piza em 10 fatias iguais. A Carolina comeu 0,2 da piza, a Beatriz 0,1 e a Gabriela comeu 0,3. O que pretendemos saber? (Em quantas décimas ficou partida a piza? ; Que quantidade da piza representa cada fatia? ; Que quantidades da piza comeram três amigas? Resolução do problema: A piza foi cortada em 10 fatias. As três amigas comeram 0,2+0,1+0,3

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">Estratégias previstas: Recurso a diagrama, recurso à operação adição/subtração
Avaliação:
A solução dada está correta?
Resposta: (A piza ficou partida em dez décimas. Cada fatia representa 0,1 ou 1/10. As três amigas comeram 0,6.
<u>Compreensão da situação do problema 5:</u>
De que nos fala o problema?
Um camião leva 4258 caixas de fruta. 1465 são caixas de maçãs e 2139 são caixas de laranjas. As restantes caixas são de peras.
Uma caixa leva 85 peras.
O que pretendemos saber?
Resolução do problema:
Quantas caixas de peras leva o camião?
Quantas peras levam 24 caixas?
Estratégias previstas:
Recurso à operação adição/subtração e multiplicação.
Avaliação:
A solução dada está correta?
Resposta:
O camião leva 654 caixas de peras.
24 caixas levam 2040 peras.
E assim terminará aula de matemática dedica ao problemas!</td></tr>
<tr><td>Avaliação</td><td colspan="2">- Fichas de trabalho;
- Participação dos alunos;
- Respostas escritas dos alunos;
- Respostas orais dos alunos.</td></tr>
<tr><td>Recursos</td><td>Humanos:
- Alunos;
- Mestranda;
- Professor cooperante.</td><td>Materiais:
- Fichas de trabalho;
- Esferográfica/lápis de carvão;
- Quadro branco, marcador.</td></tr>
</table>

Apêndice 3 – Problema 1

O Sr. Manuel tem algumas árvores de fruto, em que 16 são pereiras e 14 são macieiras.

Representa em forma de fração o número que existe de cada árvore.

Resposta: ____

Apêndice 4 – Problema 2

1. A Margarida na sua festa de aniversário serviu piza e sumo natural de laranja aos amigos. A mãe, cortou a piza em dez fatias iguais.
   1.1 Em quantas décimas ficou partida a piza?

R:____

1.2. Que quantidade da piza representa cada fatia?

R: ____

1.3. A Carolina comeu duas décimas da piza, a Beatriz comeu uma décima e a Gabriela comeu três décimas. Que quantidade da piza comeram os três meninos?

R: ____

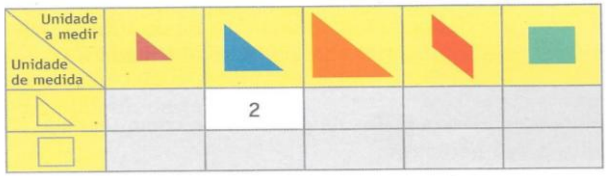
1.4. Que parte do piza sobrou?

R:____

Apêndice 5 – Planificação da aula de matemática (problema 3 e 5)

Planificação de Matemática – 3º ano		
Dia 09-05-2018		
Domínios	**Subdomínios/Conteúdos programáticos**	**Objetivos/Descritores de desempenho (Metas Curriculares)**
Geometria e Medida (GM 3)	**Área** - Medições de áreas em unidades quadradas; - Fórmula para a área do retângulo de lados de medida inteira.	**3. Medir comprimentos e áreas** 4. Reconhecer que figuras com a mesma área podem ter perímetros diferentes. 5. Fixar uma unidade de comprimento e identificar a área de um quadrado de lado de medida 1 como uma «unidade quadrada». 6. Medir a área de figuras decomponíveis em unidades quadradas. 7. Enquadrar a área de uma figura utilizando figuras decomponíveis em unidades quadradas. 8. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida, em unidades quadradas, da área de um retângulo de lados de medidas inteiras é dada pelo produto das medidas de dois lados concorrentes. **6 - Resolver problemas** 1- Resolver problemas de até três passos envolvendo medidas de comprimento
Desenvolvimento da aula	A aula terá início com a distribuição de duas folhas quadriculadas por aluno. De seguida será solicitado aos alunos para decalcarem uma das mãos (com os dedos juntos). Seguidamente iremos discutir a quantidade de quadrículas que a impressão da mão cobre, com o objetivo dos alunos compreenderem que a unidade de medida da área da mão, é o quadrado. Em seguida, será pedido aos alunos para decalcarem a mesma mão, mas com os dedos afastados, questionando-os, se acham que a área alterou . Será perguntado, se sabem o porquê da mesma mão ocupar a mesma área. Supõe-se que os alunos respondam, “ a mão aberta fica maior do que com os dedos juntos”. A mestranda, incentivará os alunos apensar melhor, fazendo-os contar as quadriculas do decalque da mão, de forma a compreenderem que a área da mão com os dedos juntos ou afastados, é igual. Seguidamente, a mestranda poderá solicitar aos alunos que comparem a área das suas mãos com a área do colega do lado. Aqui, poderão surgir questões como: “ Qual é mão maior, a tua ou a do teu colega? - (“a minha”; “ a minha mão tem mais quadriculas, “ a minha mão ocupa mais espaço na folha”). - “ O que significa isso, no que diz respeito à área?” Prevê-se que hajam alunos que respondam: “significa que a minha mão ocupa uma área maior do que a dele. Pretende-se com isto que os alunos perceberem que a área de um objeto depende do seu tamanho no sentido que maior o objeto, maior a área . No final desta atividade, a mestranda relembrará	

que a unidade de medida utilizada foram as quadrículas (quadrado), mas que na tarefa seguinte serão utilizadas outras unidades de medida. Seguidamente, a mestranda solicita aos alunos que formem grupos de 2 ou 3 alunos, dependendo de como estão sentados, de forma a não gerar confusão na sala de aula . Será proposto à turma que utilizem o tangram do Alfa jogos para a realização da próxima tarefa. Será dito que o tangram é formado por 7 peças, conforme se pode confirmar. A mestranda mostra o triângulo mais pequeno e sugere aos alunos que, de seguida, utilizem o mesmo (triângulo) como unidade de medida. Imagina-se alguma indignação na sala de aula, no entanto, será possível que alguns alunos consigam concluir que com aquele triângulo se pode medir a área de algo. A mestranda, com triângulo pequeno, irá exemplificar que o mesmo pode ser usado como a área de medida do quadrado do tangram, sendo que a área daquela quadrado, é igual a dois daqueles triângulos. Posteriormente, será mostrado aos alunos o quadrado e será mencionado, que também aquele quadrado poderá ser uma unidade de medida, por exemplo, pode-se medir a área do manual com aquele quadrado, com o triângulo pequeno ou o grande do tangram, assim como com centímetros ou outro. Pretende-se que os alunos percebam que é possível medir a mesma área com diferentes unidades de medida. A mestranda dirá à turma para " investigarem a área das peças do tangram, tendo como unidade de medida o triângulo pequeno e o quadrado. Pede para copiarem para o caderno a tabela do quadro e para a preencherem tendo em conta as unidades de medida.



Depois da tabela preenchida, será discutido em grande grupo como fizeram para o preenchimento da mesma. Supõe-se que alguns alunos possam dizer, " com dois triângulos fiz o quadrado"; "no triângulo grande couberam quatro triângulos pequenos"; no triângulo médio só couberam dois pequenos", etc. Em seguida será solicitado que, com as peças do tangram construam um quadrado. Assim que terminarem, a mestranda solicita aos alunos que calculem a área do quadrado que construíram, tendo como unidade de medida o quadrado e o triângulo pequeno do trangam. Para os alunos que tenham dificuldade será desenhado no quadro dois exemplos possíveis de construir o quadrado.

Depois, os alunos irão construir com todas as peças do tangram, um retângulo, sendo-lhes que calculem a sua área, tendo como unidade de medida o quadrado. Calcula-se que a turma conclua que a área do retângulo é igual a 8 quadrados. Será relembrado que conforme utilizaram a unidade de medida, o quadrado, poderia ter utilizado outra, como por exemplo, umas das outras peças do tangram, ou os centímetros. É importante que os alunos percebam que se podem utilizar diversas unidades de medida. A mestranda dirá": E por falar em centímetros, porque não calcularmos uma área com esta unidade de medida?" Posto isto, é referido aos alunos que cada aluno terá um objeto (por exemplo: livro, borralha, apagador, régua, estojo, etc) para medir a sua área e perímetro. Cada grupo deve construir uma tabela para registar as medidas do objeto e posteriormente calcular o perímetro e a área. A mestranda poderá relembrar a turma sobre a diferença entre perímetro e área de objeto, mencionando que, " o perímetro é a soma da medida de todos os lados de uma figura/objeto. Já a área, é a medida de uma superfície. Para medir a área de uma superfície é necessário uma unidade de medida e descobrir o número de vezes que essa

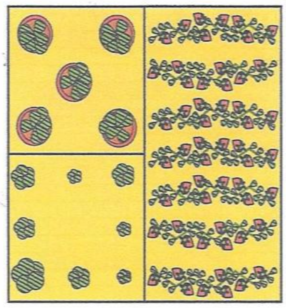
	unidade cabe na superfície". Será recordado que, para calcularem a área de uma superfície retangular, (em centímetros, metros ou outra unidade de medida), multiplica-se a medida do seu comprimento pela medida da sua largura , enquanto que, para calcular a área de uma superfície quadrada, multiplica-se lado por lado. Por exemplo: área da sala de aula, 8m x 5m=40m^2 . Assim, no cálculo de uma área, os cm multiplicados por cm=cm^2, metros multiplicados por metros =m^2. Os alunos irão então calcular o perímetro e a área dos seus objetos. Posto isto, a mestranda questionará a turma sobre a unidade de medida utilizada. Imagina-se que os alunos fiquem um pouco apreensivos, mas que respondam: " a unidade de medida que utilizamos o cm." – " E se quiséssemos saber a área do quadro, qual seria a unidade de medida mais indicada?", " e se quiséssemos calcular a área da nossa sala de aula?" Supõe-se que alguns dos alunos fiquem pensativos, enquanto outros respondam, o metro. Depois de todos terem calculado o que foi solicitado, ir-se-á discutir a área dos objetos, sendo possível concluir que borrachas, réguas, estojos e outros tem medidas distintas, ou seja, a área ocupada não é igual. Será relembrado que para calcular a área das mãos utilizamos uma área de medida (quadrículas), nesta tarefa utilizamos o cm como unidade de medida. Com esta tarefa, os alunos puderam medir a área com a unidade de medida, o centímetro, e mais uma vez foi dado a conhecer aos alunos a existência de diversas unidades de medida. Por fim, e no âmbito da investigação para o relatório de estágio, será entregue a cada aluno uma ficha com dois problemas, em que será dado um tempo (10 minutos) para a sua resolução e posteriormente, os mesmos serão corrigidos no quadro. <u>Compreensão da situação do problema 1:</u> • De que nos fala o problema? A horta da Mati é quadrada e tem 32 m de perímetro. A horta está dividida em três canteiros. Dois dos canteiros são iguais e tem a mesma forma de um quadrado. O terceiro canteiro é retangular. • O que pretendemos saber? (o perímetro do canteiro retangular) Resolução do problema: Quanto mede cada um dos lados da horta? Quanto mede cada um dos lados da área quadrada? • Estratégias previstas: Recurso à operação divisão e adição. . • Avaliação: A solução dada está correta? Resposta: (O perímetro do canteiro retangular é de 24m.) <u>Compreensão da situação do problema 2:</u> • De que nos fala o problema? A Mati dobrou uma cartolina formando 4 quadrados iguais.

	Cada um dos quadrados tem 80 cm de perímetro. • O que pretendemos saber? (o perímetro da cartolina) Resolução do problema: Qual o perímetro de cada quadrado? Qual a medida do lado do quadrado? • Estratégias previstas: Recurso à operação divisão e adição. • Avaliação: A solução dada está correta? Resposta: (O perímetro da cartolina é de 120cm.)	
Avaliação	- Participação dos alunos; - Respostas orais dos alunos; - Respostas escritas dos alunos	
Bibliografia	Miniolimpíadas de matemática-3º ano: Prova 2015/2016. (http://mopm.mat.uc.pt/MOPM/Problemas/mopm1516prova3ano.pdf) Miniolimpíadas de matemática-3º ano: Prova 2011/2012. (http://mopm.mat.uc.pt/MOPM/Problemas/mopm1112prova3ano.pdf)	
Recursos	**Humanos:** - Alunos; - Mestranda; - Professor cooperante.	**Materiais:** - Folhas quadriculadas, - Esferográfica/lápis de carvão; - Régua; borracha, manual, apagador, estojo, etc; - Tangram; - Ficha de trabalho; - Quadro branco.

Apêndice 6 – Problema *3*

A horta da avó da Mati é quadrada e tem 32 metros de perímetro. Está dividida em três canteiros, como se indica na figura. Dois dos canteiros são iguais e têm a forma de um quadrado. O outro canteiro é retangular.

Calcula o perímetro do canteiro retangular.



Resposta:____

Apêndice 7 – Problema 4

A Rita fez anos e recebeu as seguintes prendas:

- umas calças pretas e outras brancas.
- uma camisa azul, uma vermelha e outra castanha.

Pensa bem, e explica da maneira que preferires os diferentes conjuntos de roupa que a Ritinha pode formar.

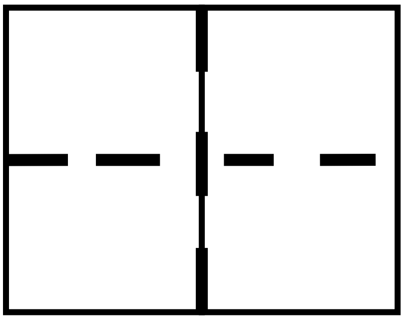
Resposta:

Apêndice 8 – Problema 5

A Mati dobrou uma cartolina quadrada pelas linhas indicadas a tracejado na figura. Formou 4 quadrados iguais com 80 cm de perímetro cada um.

Calcula o perímetro da cartolina.

(Adaptado das miniolimpíadas 2011/2012)



Resposta:

Apêndice 9 – Problema 6

Depois de uma troca de cromos com os amigos, o Afonso ficou com 360. Desses 360 deu $\frac{1}{6}$ ao irmão. Dos restantes $\frac{1}{3}$ foram para o primo.

Com quantos cromos ficou o Afonso?

Resposta: ____

Apêndice 10 – Problema 7

A irmã mais velha do Tomás tem 28 anos. O Tomás tem $\frac{1}{7}$ da idade desta irmã (mais velha) e a irmã mais nova do Tomás tem $\frac{1}{4}$ da irmã mais velha.

Calcula a idade do Tomás e da irmã mais nova.

Resposta: ____